ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES II

par Pierre MARRY

Le problème d'Analyse de cette année était assez court et ne présentait aucune sérieuse difficulté. Les trois parties étaient quasiment indépendantes. Tous les résultats pouvant intervenir dans la suite du problème étaient donnés dans l'énoncé. Il n'était donc pas demandé aux candidats de faire preuve d'astuce, mais seulement de connaître les théorèmes fondamentaux du programme et d'être capables de les mettre en œuvre moyennant un minimum de calculs assez simples.

Si la connaissance des théorèmes fondamentaux du programme semble en progrès, il n'en est pas de même en ce qui concerne leur application. La vérification dans des cas particuliers des conditions permettant leur utilisation est souvent traitée avec désinvolture, et parfois donne lieu à des expressions délirantes.

Par exemple, pour montrer qu'une intégrale sur $]-\infty,+\infty[$ est convergente, certains pensent qu'il suffit que l'intégrand soit continu, d'autres qu'il suffit de le majorer par une fonction constante. Certains zappent la continuité de l'intégrand et se contentent de préciser, sans le démontrer, que c'est un $o\left(\dfrac{1}{t^2}\right)$ en $\pm\infty$. De même pour la convergence d'une série à termes positifs avec $o\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$.

C'est ainsi qu'à la question II.1. nombre de candidats donnent des démonstrations totalement aberrantes du fait que $\hat{f}$ est définie sur $\mathbb{R}$, puis utilisent correctement le théorème de continuité d'une fonction définie par une intégrale, sans se rendre compte que ce théorème leur permettait de montrer directement que $\hat{f}$ est <u>définie et continue</u> sur $\mathbb{R}$.

Dans la vérification des hypothèses des théorèmes de continuité et de dérivabilité d'une fonction définie par une intégrale, on a trop souvent vu l'intégrand majoré en module par une fonction à valeurs complexes !

A la question I.1.2. très peu de candidats se sont préoccupés de vérifier des conditions suffisantes pour l'utilisation d'un produit de Cauchy, et, comme l'une des deux séries entières était lacunaire, encore moins nombreux sont ceux qui ont obtenu une expression cohérente pour les coefficients du produit. ce qui n'a pas empéché certains d'affirmer sans sourciller à la question I.2.2. que l'on avait $H_0 = K_0$ et $H_1 = K_1$, alors même que les expressions trouvées pour H_0 et H_1 étaient fausses et celles pour K_0 et K_1 exactes.

Les liens entre la convergence normale sur tout segment d'une série de fonctions continues sur $\mathbb{R}$ et sa convergence simple sur $\mathbb{R}$ ou la continuité de sa somme sur $\mathbb{R}$ sont souvent mal compris. Par exemple, le raisonnement "convergence normale sur tout segment" implique "continuité sur tout segment" implique "continuité sur $\mathbb{R}$" est souvent remplacé par "convergence normale sur tout segment" implique "convergence normale sur $\mathbb{R}$" implique "continuité sur $\mathbb{R}$". Plus rarement, on trouve qu'une limite simple de fonctions continues sur $\mathbb{R}$ est continue sur $\mathbb{R}$.

Bon nombre de candidats sont incapables de mener à terme le calcul de la dérivée seconde d'un produit de fonctions (question I.4.), ou de trouver un majorant au voisinage de $\pm\infty$ de l'exponentielle d'un trinôme (question III.1.). Enfin, en ce qui concerne les séries de Fourier, il existe souvent une certaine confusion entre le théorème de Dirichlet et celui de la convergence normale.

Pour conclure, s'il semble que le cours soit de mieux en mieux connu des candidats, ce dont nous nous félicitons, en revanche l'absence d'esprit critique et le manque de fondements solides à leurs connaissances les exposent souvent à commettre de graves bévues. Quant à la rédaction des copies, où les raisonnements sont souvent disqualifiés par de grosses lacunes, il serait fort utile aux candidats d'avoir en permanence présent à l'esprit l'adage : *Sapiens nihil affirmat quod non probet.*