ANALYSE

Rapporteur Monsieur Philippe BORIE

La correction de la présente épreuve laisse, il faut bien l'avouer, et la moyenne le confirme, une impression de profonde déception. Tout d'abord quant à la maîtrise de notions et de méthodes classiques, ensuite à propos de la faculté supposée des candidats à lire un énoncé sans le tronquer et le modifier. Enfin il est permis de se demander ce qui leur ôte la plus élémentaire lucidité, et ce qui les conduit à faire se succéder incohérences et contradictions. Ces inquiétudes valent, malheureusement, pour la majorité des copies. Un tour d'horizon rapide le confirmera, en rappelant que les anomalies citées ci-dessous ne sont pas des cas isolés, mais des tendances fréquentes, souvent majoritaires, parfois générales.

L'exercice conduit à s'interroger : une question contenant des paramètres est-elle adaptée ? Elle demande de l'initiative, du raisonnement, de l'analyse pour envisager tous les cas possibles, et parmi eux ceux qui sont effectivement distincts.. Les quelques candidats qui semblaient vouloir faire appel aux critères de Riemann les ont allègrement confondus, quand ils ont pensé qu'il pouvait y avoir examen nécessaire en zéro. L'origine de cette confusion est peut-être à chercher dans l'utilisation variable et simultanée des notations x^{α} et $\frac{1}{x^{\alpha}}$. Pratiquement tous n'ont considéré, mais sans le dire, que le cas $b \geq 0$.
Faudrait-il préciser « a et b sont des réels <u>non nécessairement positifs</u> ». Voire, non entiers, car on a rencontré des minorations de a par 2, et même des discussions sur la parité.

La partie I du problème a été la moins mal traitée, ou maltraitée. Encore fallait il éviter quelques écueils, comme, par exemple, la « périodicité » de f, qui permet de restreindre son étude à $|R^+$, en choisissant comme intervalle $[-\pi, \pi]$ (!) ; ou encore ne pas se satisfaire de « sinus est impaire et cosinus paire », ne pas annoncer une symétrie par rapport à n'importe quoi (droite $y = -x$), ne pas croire que les variations se déduisent des signes des valeurs aux bornes, ne pas se tromper dans la dérivée et faire une représentation graphique en accord avec les affirmations précédentes. Ces obstacles franchis, la localisation de x_n a été correctement faite par les candidats qui l'ont abordée.

La partie II dénote une méconnaissance profonde des séries de Fourier. Même le calcul purement technique des coefficients n'a pas montré la sécurité attendue. L'oubli de la relation de base : $\omega T = 2\pi$ a laissé bon nombre de calculs inachevés, (de même que les valeurs en $n\pi$ de sinus ou cosinus) quand les fautes de signe, les inversions « intégration-dérivation » (place du $n\omega$), ou l'absence de la borne 0 ne les avaient pas définitivement ou prématurément affectés. À noter que l'intégration par parties, qui n'avait pas lieu d'être, n'est pas rare.

Il est plus alarmant de constater que le terme général d'une série de Fourier ne contient que les coefficients, lesquels dépendent d'ailleurs souvent de t puisqu'ils sont nuls entre $\frac{T}{2}$ et T. La notion d'indice de sommation est obscure, puisque la somme dépend, par exemple, de sa parité. On s'interroge aussi sur la signification donnée à « par morceaux », puisque la fonction proposée a souvent été qualifiée de « continue ».

Malheureusement plus classiques sont les affirmations concernant la série numérique qui suit. Elle converge car son terme général tend vers 0, ou parce que le rapport « de D'Alembert » est plus petit que 1 (« puisqu'il est négatif »), ou tend vers 1, quand ce n'est pas vers $\frac{1}{3}$. Mais il arrive qu'elle diverge car ce rapport tend vers 3. Elle peut aussi converger quand p est pair. Par ailleurs, il n'est pas du tout problématique de lui appliquer le « CSSA » (rarement complètement) après avoir affirmé qu'elle est à termes positifs, ou d'affirmer qu'elle est alternée et négliger tout problème de signe.

La formule de Parseval a un défaut majeur : elle fait intervenir les carrés des coefficients, qui sont, pour beaucoup, les intégrales des carrés

On oubliera les avatars infligés à l'amplitude, $r_n \neq 0$ ayant des conséquences inattendues comme $a_n^2 = - b_n^2$,

ou encore n'existant pas car a_n est nul.

On apprendra au passage que $\sum \frac{1}{n^2}$ est géométrique de raison $\frac{1}{n}$, ou que sa valeur est celle de $\sum \frac{1}{(2p+1)^2}$ dans laquelle il suffit de poser n = 2p+1.

Quelques canditats ayant obtenu la série de Fourier de g ont traité avec succès ces questions de séries numériques. D'autres n'ont malheureusement pas vu le rapport.

La première question de la partie III montre une ignorance quasi totale de la dérivation d'une fonction de plusieurs variables, même si certains ont cru pouvoir arracher le résultat donné par quelques tentatives de camouflage facilement repérables.

Le changement de fonction qui suivait a généralement permis d'obtenir correctement l'équation vérifiée par v. Mais le sort qui lui a été ensuite réservé laisse perplexe : pour un nombre, heureusement raisonnable, de réponses correctes, combien de $\cos(i\omega r)$ ou de partie réelle de $e^{i\omega r}$!

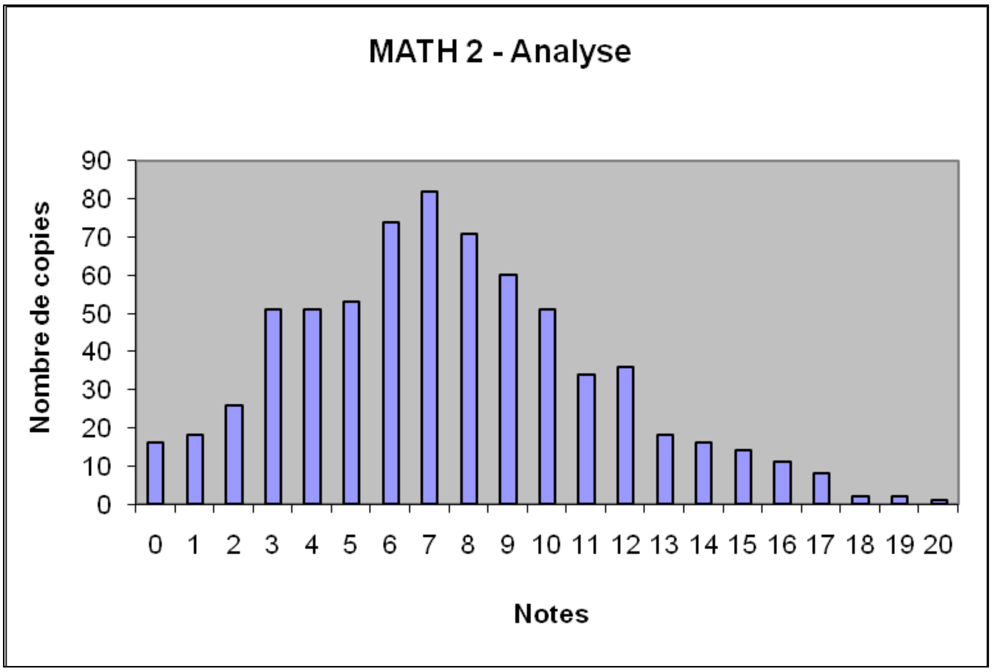
Quant à l'équation en u, elle a, comme il est de tradition, été visitée à l'aide du polynôme caractéristique.

Les autres questions ont été trop peu abordées pour être évoquées.

Reste le sujet, probable responsable de l'état de fait constaté.

Si tel est le cas, l'auteur s'interroge. Faut-il n'espérer de candidats, dont les futures fonctions demanderont une adaptation permanente, qu'ils ne soient capables que de reproduire des schémas remâchés ? Doit-on craindre que la moindre pointe d'originalité les déroute au point d'y renoncer systématiquement ?

Il souhaite sincèrement que le constat qu'inspire cette épreuve ne soit qu'accidentel.


MATH 2 - Analyse
Nombre de copies
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Notes