## ALGÈBRE

**Rapporteur Monsieur Eric BILLAULT**

Le but du problème est d'établir une méthode de résolution d'un système linéaire par une méthode itérative nommée *la méthode de Jacobi*. Le problème commence par un exemple numérique puis se poursuit par un système $3 \times 3$ quelconque.

### <u>Remarques générales</u> :

Les résultats sont dans l'ensemble plutôt satisfaisants. Même les candidats les plus faibles sur le plan théorique ont pu tirer parti des nombreuses questions numériques. Certains candidats ont traité correctement presque l'intégralité du sujet.
On peut noter une amélioration dans la présentation des copies. Bon nombre de candidats encadre ou souligne les résultats et apporte un soin à l'écriture. Néanmoins, une petite partie des candidats n'a pas compris les règles minimales de propreté et de présentation qu'on est en droit d'attendre d'un écrit de concours. Ces copies ont été sanctionnées et le seront de la même manière les années à venir.
Notons par ailleurs que même s'agissant d'une composition de Mathématique, l'orthographe ne doit pas pour autant être délaissée.
On regrette aussi le manque de rédaction ou de justification dans les raisonnements et ceci même dans les bonnes copies. Pour les questions de l'épreuve qui contiennent la réponse (par exemple les questions **2.a** et **2.b** de la partie **III**) , il ne faut pas se contenter de réécrire le résultat attendu mais expliquer - même brièvement - le raisonnement et/ou les calculs qui mènent au résultat escompté.
Les parties de ce problème étant liées, il faut citer précisément les références des questions utilisées pour résoudre une autre question avec une phrase du genre “D'après la question 2.b de la partie I, on a ...”.
Quelques questions de cours posent des problèmes (théorème spectral et définition d'un sous-espace vectoriel par exemple).

### <u>Partie I</u> :

Le début a été bien traité. Rappelons que l'usage de la calculatrice fait partie des compétences attendues d'un élève de classe préparatoire et d'un futur ingénieur, de même qu'un minimum de connaissance en programmation.
Plusieurs questions font appel à des raisonnements par récurrence. Ils doivent être correctement rédigés avec une initialisation et dans le principe d'« hérédité » la mise en évidence de l'hypothèse de récurrence.
Question **5.b** : le théorème spectral “toute matrice symétrique réelle est diagonalisable dans une base de vecteurs propres orthonormée” est mal connu ou n'a pas été reconnu.
Question 7 : comme chaque année, les questions de programmation sont délaissées par la majorité des candidats. On n'attend pas ici du candidat d'écrire un programme respectant rigoureusement la syntaxe du langage choisi. Il s'agit plus modestement de mettre en évidence le concept de boucle.
**Il n'est pas à exclure que le poids de l'informatique soit amené à augmenter dans les épreuves des années à venir.**
Question **8.a** : la relation $\Delta^{(p+1)} = J\Delta^{(p)}$ se démontre sans raisonnement par récurrence.

**<u>Partie II</u>** :

Question **1** : très peu de candidats ont montré que $E$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Ils donnent une dimension fantaisiste de $E$. Beaucoup pensent que dim($E$) = 3. Rappelons à ce sujet que la dimension d'un espace vectoriel est le cardinal d'une base de cet espace. Plus intuitivement, la dimension est le nombre de paramètres indépendants nécessaires pour décrire les vecteurs de cet espace. Clairement ici, il faut deux paramètres pour décrire les matrices de $E$.
Question **4** : le théorème du rang est connu mais mal appliqué. Le théorème du rang s'applique à l'endomorphisme associé à $U(b)$ - endomorphisme qui va de $\mathbb{R}^3$ dans $\mathbb{R}^3$. Ainsi, le théorème du rang s'écrit 3 = rg($U(b)$) + dim(Ker($U(b)$)), le 3 étant la dimension de $\mathbb{R}^3$ et non pas celle $E$ (qui elle vaut 2).

**<u>Partie III</u>** :

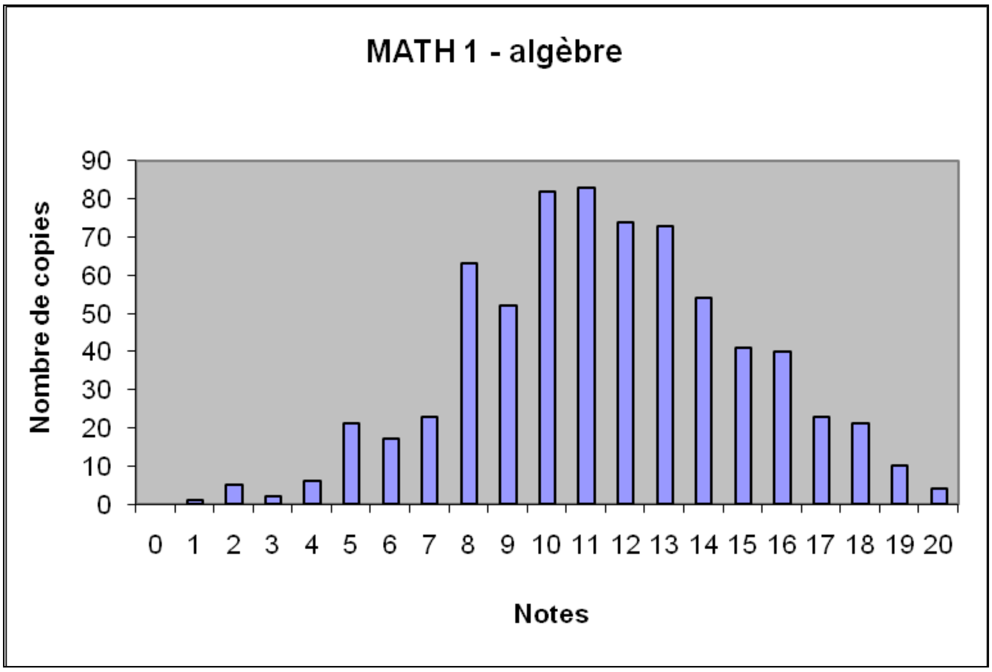
On aborde ici une partie plus théorique mais qui a été assez bien traitée par certains candidats. Dans la question **2.b** , il faut bien mettre en évidence l'utilisation de l'inégalité triangulaire.

**<u>Partie IV</u>** :

Dans cette dernière partie, il ne faut pas se contenter de recopier la réponse incluse dans la question !
Certains candidats utilisent les résultats de la partie *I*. Or on ne sait pas si la matrice $J$ est ici diagonalisable. C'est précisément une hypothèse qui est faite à la question **8**.

**<u>Conclusion</u> :**

Cette épreuve (ainsi que les épreuves à venir) ne cherche pas à évaluer la virtuosité technique ou la capacité d'abstraction mathématique sur des objets exotiques. Elle vise principalement à vérifier que les candidats ont bien assimilé les objets mathématiques et les méthodes du programme.
Les résultats satisfaisants de cette année récompensent donc l'investissement et le travail régulier qu'ont fournis les candidats tout au long de l'année. Nous tenons à les féliciter ainsi que leurs professeurs qui les ont préparés au concours.
Nous encourageons vivement les prochains candidats à faire de même en portant une attention particulière -comme il a été souligné dans le rapport- à l'informatique et à la présentation des copies.


MATH 1 - algèbre
Nombre de copies
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
Notes