



CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE TSI

---

**PROJET de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur****Durée : 6 heures**

---

*N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

---

**Les calculatrices sont autorisées**

---

**FARDELEUSE**

---

**Sujet : page 1/23 à page 23/23**

***Partie I : analyse fonctionnelle du système et étude du comportement séquentiel***

***Partie II : étude de la fonction FT3 : « rétracter le film sur le produit »***

***Partie III : choix du variateur et du moteur pour la fonction FT2 : « convoyer et positionner le produit »***

***Partie IV : dimensionnement et proposition d'une solution pour réaliser la fonction FT24 : « transformer l'énergie mécanique de rotation en énergie mécanique de translation »***

**Annexes : annexe 1 à annexe 6**

**Documents réponses : DR1 à DR7 (pour des raisons techniques, le document DR7 se trouve entre le document DR3 et le document DR4).**

**Indications sur la répartition des points :**

Les quatre parties sont indépendantes et de proportions assez différentes, c'est pourquoi, il est proposé à titre indicatif la répartition suivante des points :

- partie 1 : 10%,
- partie 2 : 50%,
- partie 3 : 20%,
- partie 4 : 20%.

Toutefois, il est conseillé au candidat d'aborder et de traiter le sujet dans l'ordre.

Pour satisfaire les clients, certains produits de grande consommation sont enveloppés sous film plastique pour à la fois les protéger, faciliter leur transport, leur manutention ou encore leur stockage. L'opération qui consiste à mettre le produit sous film s'appelle le fardelage et le système réalisant cette opération une fardeleuse. L'une des prestations attendues par une fardeleuse est décrite par le diagramme suivant :

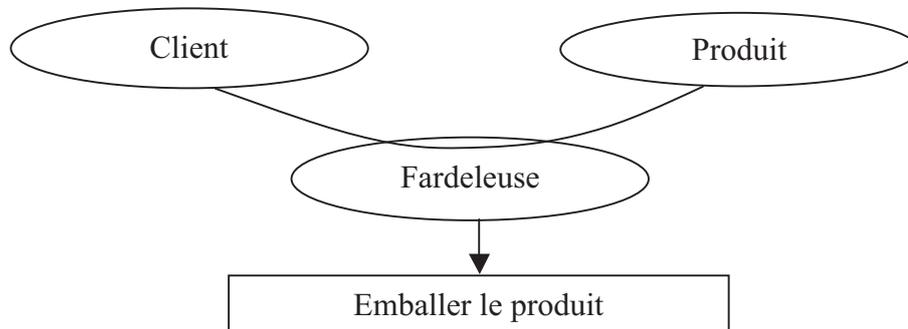


Figure 1. *Définition du besoin*

Ci-dessous, 6 bouteilles d'eau emballées sous film plastique par une fardeleuse.



Le procédé de fardelage présente l'avantage de s'adapter à tous les formats et permet un emballage jusqu'à 6 faces. Plusieurs techniques peuvent être utilisées pour réaliser l'opération de fardelage. Celle proposée dans cette étude consiste à déposer un film plastique thermo-rétractable puis à le chauffer pour qu'il épouse la forme du produit à emballer.

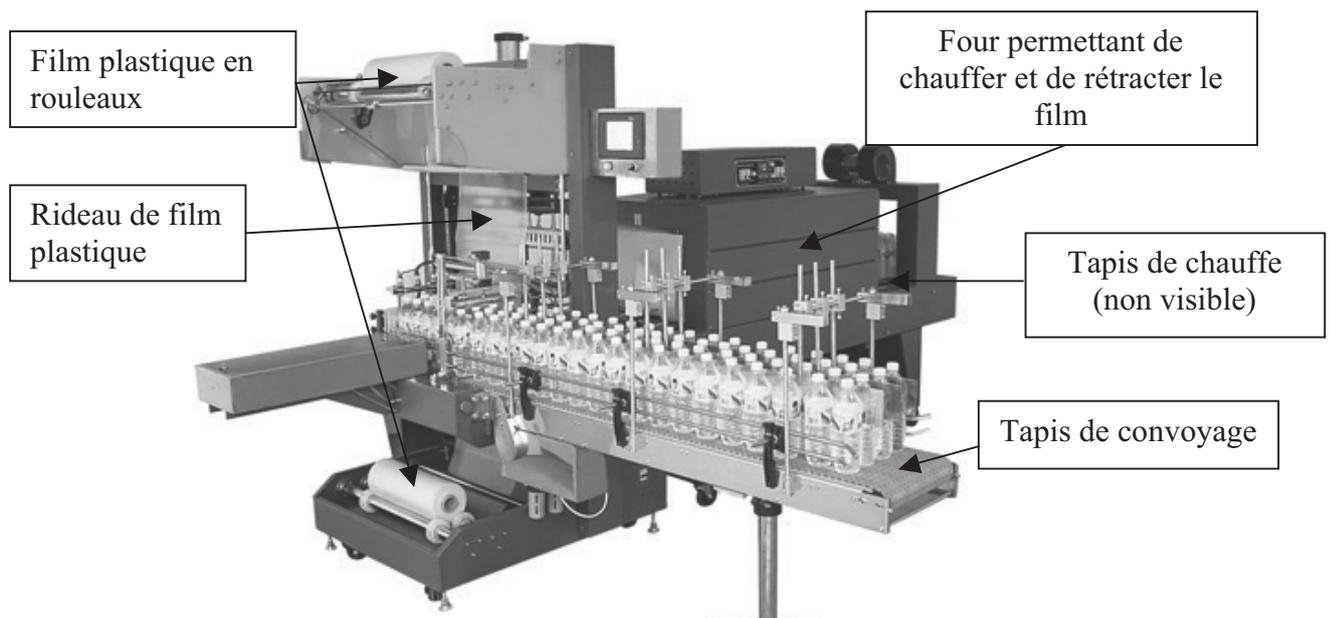
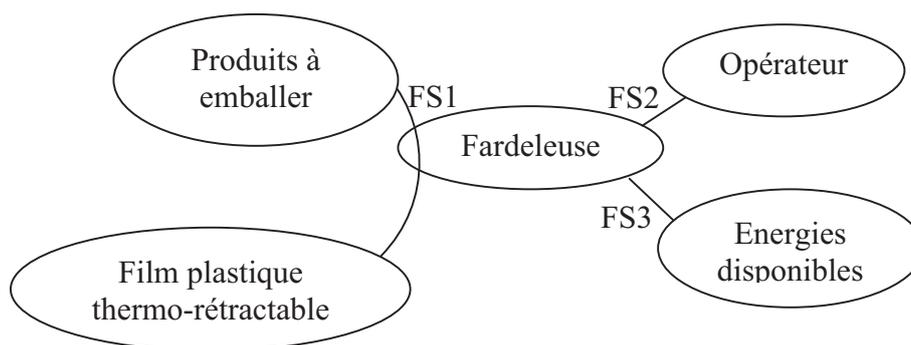


Figure 2. *Fardeleuse étudiée*

Phase de vie considérée : emballage des produits sous film plastique



<i>Caractérisation partielle de la Fonction de Service FS1 de la fardeleuse</i>			
<i>N°</i>	<i>Qualification</i>	<i>Critère</i>	<i>Valeur</i>
1	Permettre d'emballer les produits sous un film plastique	Cadence	500 produits/heure
		Défauts d'emballage	Aucun

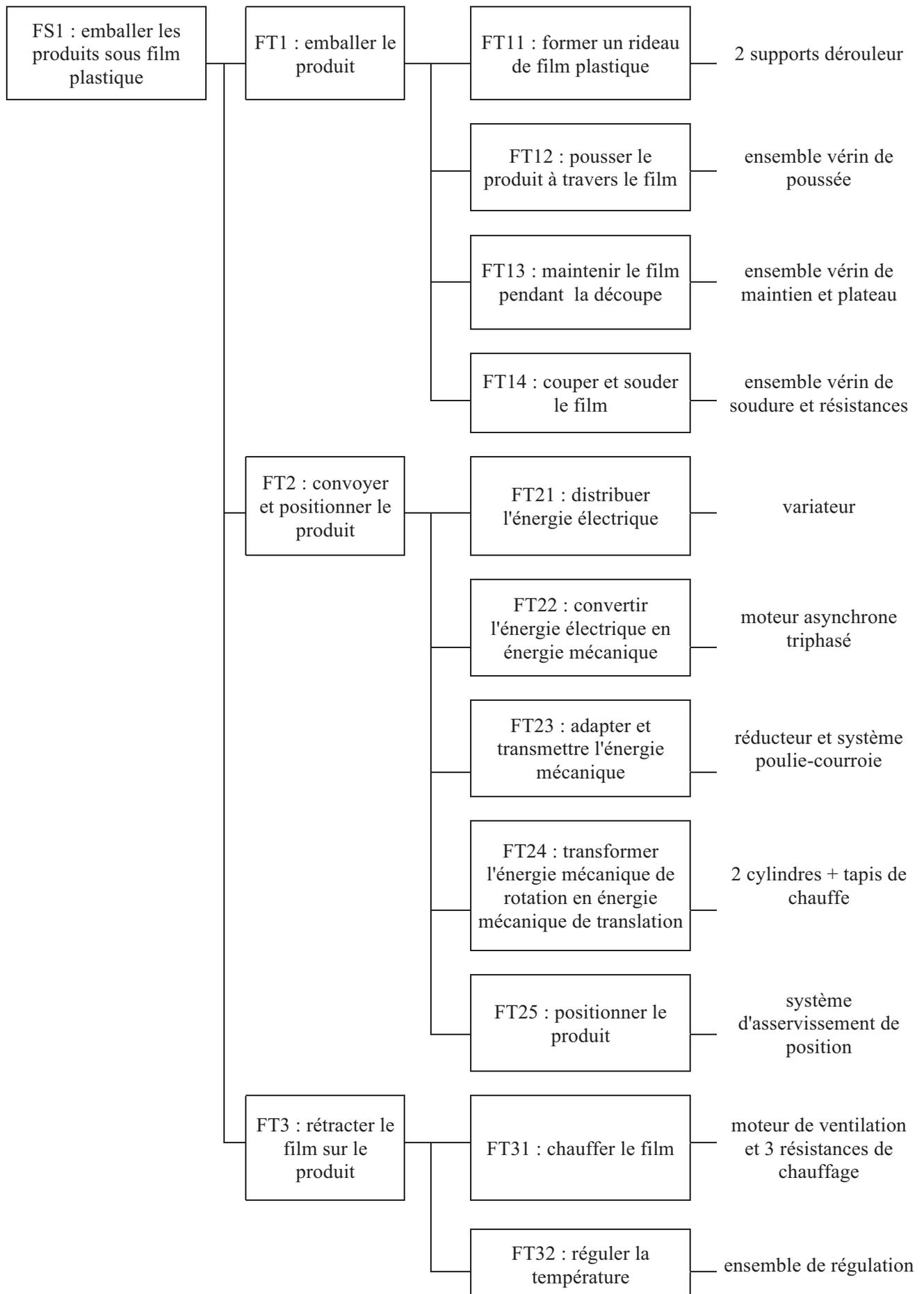
<i>Caractérisation partielle des Eléments du Milieu Extérieur</i>		
<i>Nom</i>	<i>Critère</i>	<i>Valeur</i>
Produits à emballer	Dimension	$h * l * L = 333*174*261$ en mm
Film plastique thermo-rétractable	Température de rétraction	180 °C +/- 2 °C
	Epaisseur	1,5 mm
	Largeur	400 mm
Energies disponibles	Tension	400 V-triphasé
	Pression de l'air	6 bars

La caractérisation des autres fonctions de service n'est pas utilisée dans la suite du sujet.

Figure 3. *Extrait du Cahier des Charges Fonctionnel de la fardeleuse*

FAST de la fonction FS1 :

Le système peut être décomposé en 3 sous-ensembles : le sous-ensemble emballage réalisant la fonction technique FT1, le sous-ensemble tapis de chauffe réalisant la fonction technique FT2 et le sous-ensemble four réalisant la fonction technique FT3.



### Objectifs de l'étude :

Les objectifs de cette étude sont multiples. Tout d'abord dans la première partie, on va chercher à réorganiser les différentes tâches pour respecter la cadence souhaitée dans le cahier des charges. Puis, dans un second temps, on va choisir les constituants électriques permettant de chauffer le film, mais aussi modéliser le système de régulation de température en vue de proposer un correcteur permettant de satisfaire au cahier des charges. Ensuite, dans un troisième temps, on va dimensionner l'ensemble variateur et moteur permettant au système de garantir les cadences du cahier des charges. Enfin, on terminera en cherchant à dimensionner l'axe et les roulements de la liaison pivot du cylindre entraînant le tapis et on proposera une solution constructive pour tendre ce tapis.

# Partie I : analyse fonctionnelle du système et étude du comportement séquentiel

Les objectifs de cette partie sont :

- d'appréhender le système par la description des constituants de la chaîne fonctionnelle réalisant la fonction technique FT12 : pousser le produit à travers le film,
- de proposer une nouvelle coordination des tâches permettant de respecter la cadence imposée par le cahier des charges.

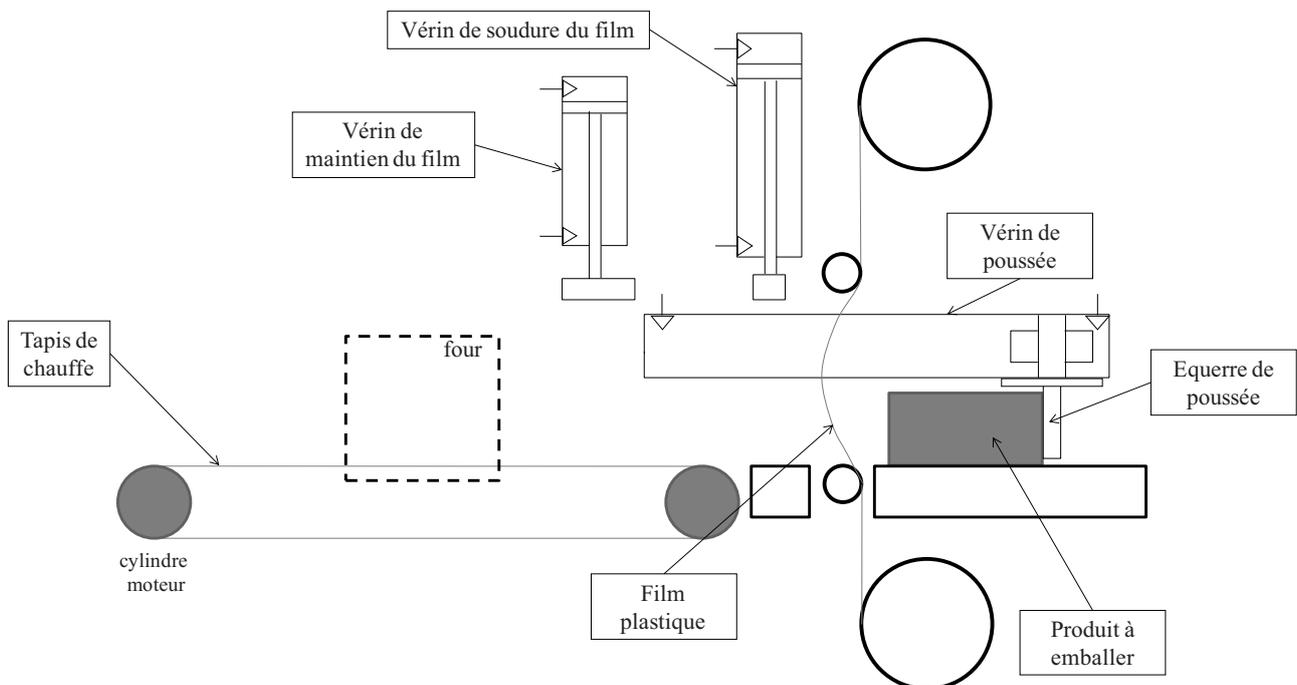


Figure 4. Description des actionneurs du système

## Constituants des chaînes d'énergie et chaîne d'information de FT12 :

On s'intéresse ici à la chaîne fonctionnelle permettant de réaliser la fonction technique « FT12 : pousser le produit à travers le film ». Les deux détecteurs fin de course du vérin de poussée sont connectés à deux entrées de l'automate programmable industriel (API). Le préactionneur est commandé par l'API, via un BUS CAN et un adaptateur. Ce dernier permet de délivrer une tension électrique de commande pour le préactionneur. Le schéma de câblage pneumatique du vérin est donné en annexe 1.

**Q 1.** Sur le document réponse DR1, définir la matière d'œuvre entrante et la matière d'œuvre sortante de la chaîne fonctionnelle étudiée.

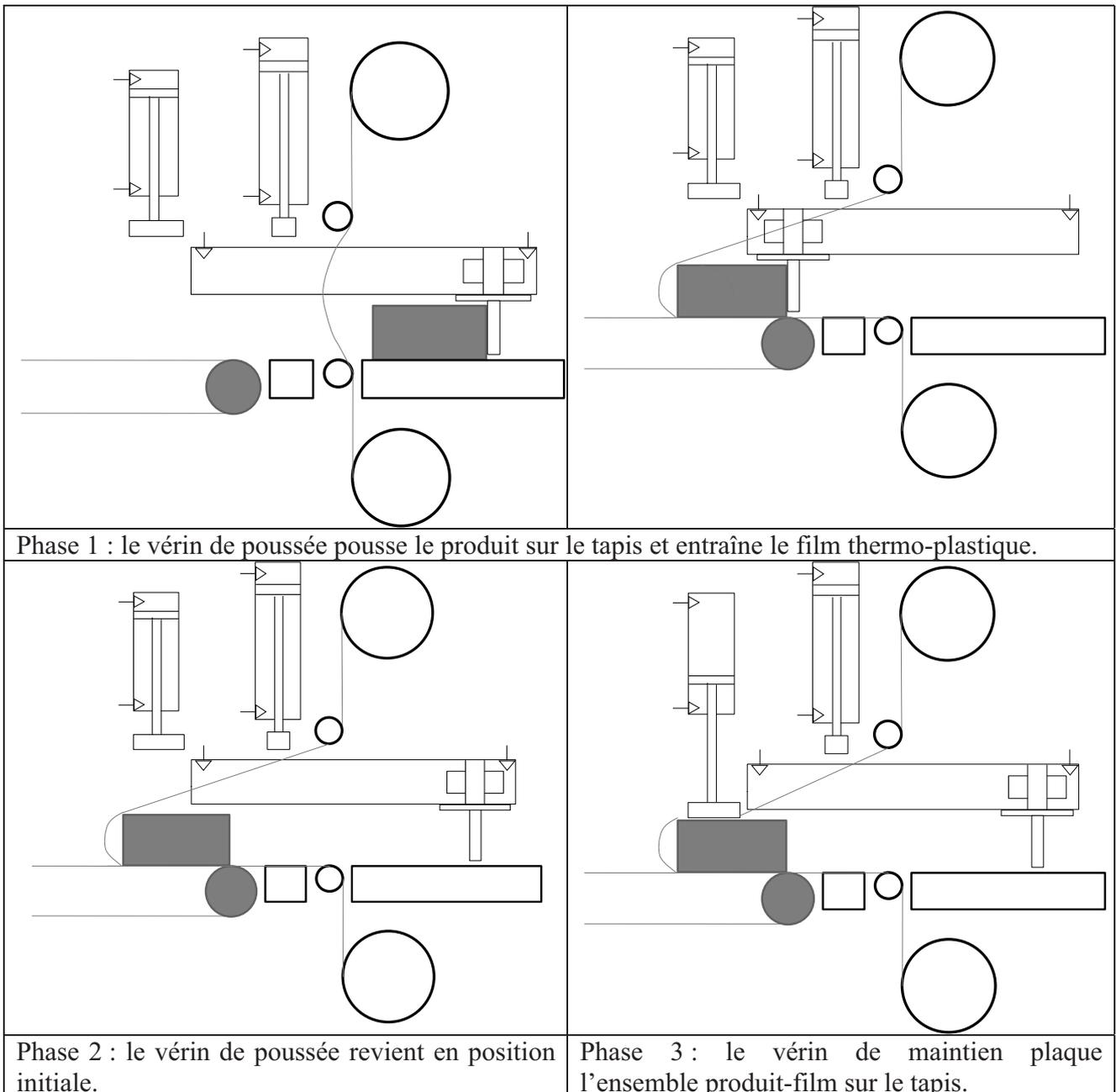
**Q 2.** A partir du schéma de câblage de l'annexe 1 et des remarques ci-dessus, compléter le document réponse DR1 en donnant les noms des constituants réalisant les fonctions « acquérir-traiter-communiquer » de la chaîne d'information et les fonctions « alimenter-distribuer-convertir-transmettre-agir » de la chaîne d'énergie.

**Q 3.** Préciser les caractéristiques des constituants des fonctions « distribuer » (exemple : mono ou bistable, 5/3, ...) et « convertir » (exemple : simple effet ou double effet).

**Q 4.** Sur le document réponse DR1, définir la nature des énergies entre chaque constituant de la chaîne d'énergie et définir le type des grandeurs (logique, numérique ou analogique) entre chaque constituant de la chaîne d'information.

***Etude du comportement séquentiel :***

Un système en amont (non étudié ici) permet d'acheminer le produit à fardeler. Le comportement séquentiel de la fardieuse est décrit dans la figure 5 ci-après. On considère que la régulation de température du four ne sera pas prise en compte.



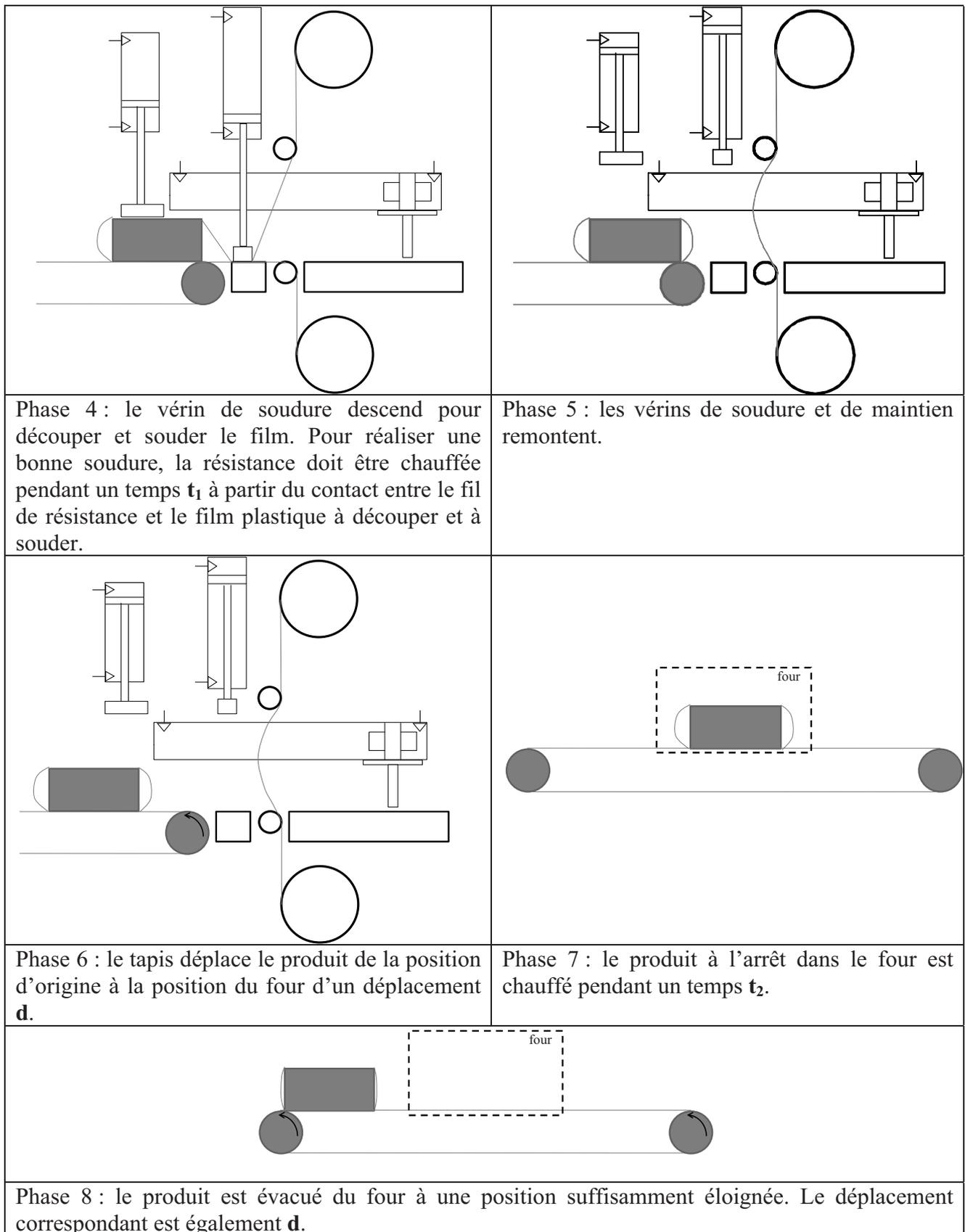


Figure 5. *Description des phases de fonctionnement du système*

Dans une première approche, toutes les phases décrites dans la figure 5 seront réalisées successivement. Le comportement ainsi attendu est décrit en annexe 2 par un grafcet.

**Q 5. En utilisant les durées de chaque tâche données en annexe 2, estimer le temps pour fardeler un seul produit. Calculer alors la cadence de la fardeleuse avec cette première coordination des tâches.**

Cette première proposition de coordination des tâches montre que la cadence souhaitée n'est pas respectée.

**Q 6. A partir du grafcet proposé en annexe 2, compléter sur le document réponse DR2 le nouveau grafcet permettant d'avoir le temps de cycle le plus petit.**

**Q 7. Calculer la nouvelle cadence réalisée. Conclure sur le respect de la cadence exigée par le cahier des charges.**

## ***Partie II : étude de la fonction FT3 : « rétracter le film sur le produit »***

---

Les objectifs de cette partie sont :

- de choisir les constituants électriques permettant de réaliser la fonction FT31 : « chauffer le film »,
- de modéliser le système de régulation de température en vue de choisir un correcteur permettant de satisfaire les critères de la fonction FT32 : « réguler la température ».

Une fois entouré de film plastique, le produit est transféré sur un tapis de chauffe vers le four. C'est dans celui-ci qu'aura lieu la rétraction du film plastique autour du produit. Le four est ventilé par une turbine entraînée par un moteur triphasé de 0,55 kW.

La mise en température est assurée par 3 résistances de chauffe alimentées par l'intermédiaire d'un relais statique triphasé à trains d'ondes entières. Ce relais statique est commandé par un signal venant de l'API.

La température est mesurée par un thermocouple qui transmet l'information au module d'entrée (analogique-numérique) dédié de l'API.

Le volume du four est : 0,2 m<sup>3</sup>.

Le réseau d'alimentation triphasé est de 230 V/400 V de fréquence 50 Hz.

Les performances à atteindre par le système de rétractation du film sont les suivantes :

Fonctions	Critères	Valeurs
FT31 : chauffer le film	Température max dans le four	200 °C
	Temps de montée en température	t = 10 minutes
FT32 : réguler la température	Précision de la régulation	2 °C à 180 °C
	Marges de stabilité	Marge de phase : $M_\phi \geq 45^\circ$ Marge de gain : $M_G \geq 6$ dB

### **Choix des constituants électriques pour réaliser la FT31 :**

#### **Choix du thermocouple**

Il existe différents types de thermocouples dont les caractéristiques principales sont décrites dans le tableau suivant :

Type	Gamme de températures mesurées	Précision	Sensibilité pour 0,1 °C
T	-200 °C à 350 °C	±1 °C	4,1 µV
J	-40 °C à 750 °C	±2,5 °C	5,2 µV
E	-200 °C à 900 °C	±2,5 °C	6,1 µV
K	-200 °C à 1000 °C	±2,5 °C	4,0 µV

**Q 8. Choisir, en justifiant la réponse, le type de thermocouple vis-à-vis des valeurs des critères à atteindre par le système de régulation.**

**Q 9. Indiquer un autre constituant qui permettrait de mesurer cette température.**

### Choix des résistances de chauffe :

Le choix des résistances se fait à partir du calcul de la puissance nécessaire pour chauffer une masse d'air, d'une température initiale  $\theta_i$  à une température finale  $\theta_f$ . La quantité d'énergie  $dW$  (J) nécessaire s'exprime par la relation suivante :

$$dW = m \cdot C_p \cdot d\theta$$

Avec  $m$  : masse (kg),  $C_p$  : chaleur spécifique ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ ),  $\theta$  : température ( $^\circ\text{C}$ ).

Pour une enceinte close, les constructeurs appliquent habituellement un coefficient de sécurité de 1,2 et fournissent la formule suivante pour calculer la puissance nécessaire pour chauffer un gaz :

$$P = \frac{m \cdot C_p \cdot (\theta_f - \theta_i) \cdot 1,2}{\Delta t}$$

Avec  $P$  : puissance (W),  $\theta_f$  : température finale ( $^\circ\text{C}$ ),  $\theta_i$  : température initiale ( $^\circ\text{C}$ ),  $\Delta t$  : temps de montée en température (s), coefficient de sécurité de 1,2.

Dans notre étude, il est préconisé un coefficient de sécurité minimum de 5.

On prendra pour l'air : Masse volumique :  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$  et  $C_p = 1000 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ .

**Q 10. Justifier l'augmentation du coefficient de sécurité égal à 5 pour le four étudié dans le contexte industriel décrit.**

**Q 11. En supposant qu'il n'y a pas de pertes et en considérant que la température ambiante est égale à  $20^\circ\text{C}$ , calculer la puissance nécessaire pour chauffer l'intérieur du four.**

**Q 12. Les 3 résistances de chauffe  $R$  sont couplées en triangle. Donner l'expression de la puissance dissipée  $P_{max}$  par ces 3 résistances en fonction de  $U$ , valeur efficace de la tension composée du réseau triphasé et de  $R$  la résistance en ohm.**

Pour une meilleure répartition de la chaleur dans le four, on choisit de prendre des résistances d'une longueur de 200 mm parmi celles proposées dans le catalogue disponible.

**Q 13. A l'aide de l'annexe 3, choisir en justifiant la réponse, les résistances et indiquer leur code constructeur.**

**Q 14. Calculer la puissance totale dissipée par ces trois résistances.**

**Q 15. La différence entre les puissances calculées aux questions Q 11 et Q 14 vous semble-t-elle être problématique ? Pourquoi ?**

### Choix du relais statique alimentant les résistances :

Le schéma externe d'un relais statique à train d'ondes entières est le suivant :

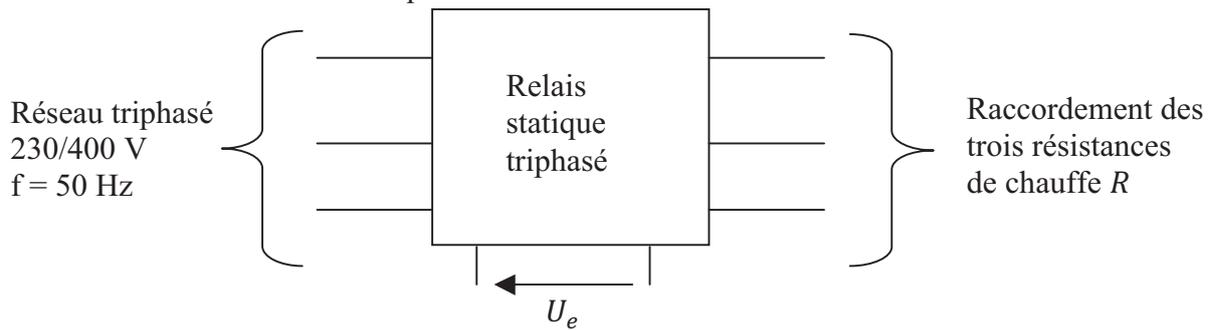


Figure 6. Schéma externe d'un relais statique

Un tel composant va permettre de faire varier la puissance fournie au four entre 0 et  $P_{max}$ .

Il est constitué d'interrupteurs commandés qui, quand ils sont fermés, assurent la liaison électrique entre le réseau et les résistances de chauffe.

La tension obtenue entre phases en sortie a la forme suivante :

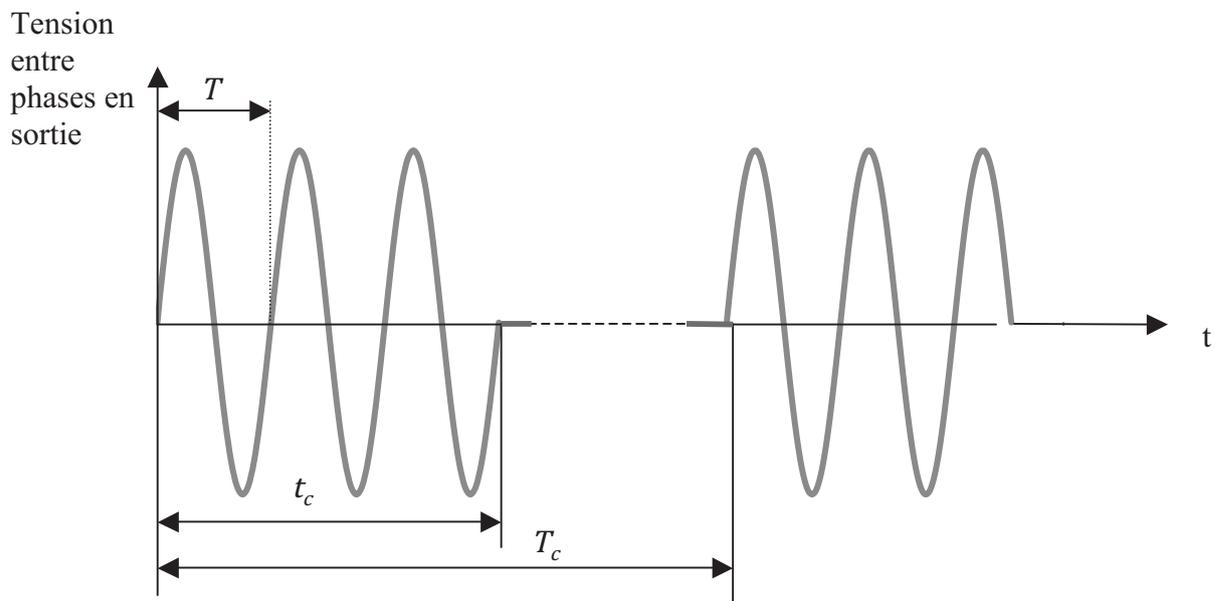


Figure 7. Allure de la tension entre phases en sortie du relais statique

Les interrupteurs sont fermés pendant la durée  $t_c$ .

$t_c$  est un multiple de la période  $T$  du réseau triphasé.

$t_c = N.T$  avec  $N$  entier,  $N \leq 125$

$T_c$  est la période du signal de commande des interrupteurs telle que  $T_c = 125.T$

l'API peut délivrer une tension continue  $U_e$  grâce à laquelle le relais statique règle la valeur de  $t_c$  et telle que  $U_e = k.t_c$ .

On désire que le relais statique déclenche lors du passage par zéro de la tension aux bornes des interrupteurs.

**Q 16. Calculer la valeur de  $T_c$  et expliquer en quelques mots pourquoi ce type de modulateur ne peut être utilisé pour la commande d'un moteur ou d'un système d'éclairage et qu'il convient parfaitement à un système de chauffage.**

**Q 17.** Pour  $t_c = T_c$ , calculer la valeur efficace du courant en ligne circulant dans les interrupteurs du relais statique pour la puissance dissipée calculée question Q 14.

**Q 18.** Choisir le code de référence du relais statique à partir de la documentation technique donnée en annexe 4. Justifier les 3 paramètres de ce choix.

### Modélisation de la régulation :

Afin d'optimiser les performances de la régulation en température pour répondre au cahier des charges, il est nécessaire d'introduire un correcteur. Une modélisation préalable du processus est faite en vue de la détermination des caractéristiques de ce correcteur.

**Q 19.** Sur le document réponse DR3 :

- compléter le schéma structurel avec les noms de constituants suivants : API, relais statique, four, thermocouple,
- le système étant corrigé, proposer la structure interne du bloc en pointillés,
- identifier les causes de perturbations de température qui justifient une régulation dans ce système,
- localiser ces perturbations sur ce schéma.

### Modélisation du thermocouple :

**Q 20.** En vous aidant des résultats de la question Q 8, déterminer l'expression de la fonction de transfert du bloc modélisant le thermocouple. On considérera que la caractéristique tension de sortie en fonction de la température mesurée est linéaire et que la tension de sortie est nulle pour une température de 0 °C.

### Modélisation du relais statique :

**Q 21.** Poser l'intégrale permettant d'exprimer la puissance moyenne dissipée dans une résistance de chauffe en fonction de la valeur efficace  $U$  de la tension composée du réseau triphasé, de la résistance  $R$ , de  $\alpha$  (le rapport cyclique tel que  $t_c = \alpha \cdot T_c$ ) et de  $T_c$ .

**Q 22.** Que vaut la valeur moyenne de la fonction  $\cos(2x)$  sur un nombre entier de périodes de la fonction cosinus ?

**Q 23.** On rappelle que  $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$ . En déduire l'expression de la puissance moyenne dissipée dans les 3 résistances de chauffe en fonction de  $U$ ,  $R$  et  $\alpha$ .

**Q 24.** Déterminer l'expression de la fonction de transfert du bloc modélisant le relais statique triphasé en fonction de  $k$ ,  $P_{max}$  et  $T_c$ . L'entrée du bloc est la tension de consigne  $U_e$  et la sortie est la puissance moyenne fournie au four.

### Modélisation du four

*Modèle de connaissance :*

L'énergie à fournir au four va servir :

- d'une part à chauffer la masse d'air, la quantité d'énergie (J) nécessaire est alors :
$$dW = m \cdot C_p \cdot d\theta$$
- d'autre part à compenser les pertes dans les parois.

On suppose que le four est constitué de deux types de parois, une métallique et une plastique (rideau du four). Pour chaque type de paroi, on définit une résistance thermique :  $R_{th1}$  pour le métal et  $R_{th2}$  pour le plastique.

Les pertes (W) dans chaque paroi s'expriment par l'équation suivante :  $P_i(t) = \frac{\theta(t) - \theta_a(t)}{R_{thi}}$  avec  $\theta_a(t)$  la température ambiante à l'extérieur du four.

**Q 25.** Exprimer les pertes totales dans le four sous la forme  $P_{12}(t) = \frac{\theta(t) - \theta_a(t)}{R_{theq}}$ . On donnera l'expression de  $R_{theq}$  en fonction des  $R_{thi}$  des parois. A quel type d'association des résistances  $R_{th1}$  et  $R_{th2}$  est équivalente la résistance  $R_{theq}$  ?

**Q 26.** Donner l'expression de la puissance totale  $P(t)$  à fournir au four sous la forme d'une équation différentielle en  $\theta(t)$ . On prendra en compte  $\theta_a(t)$ .

**Q 27.** En considérant des conditions initiales nulles, donner l'équation correspondante dans le domaine de Laplace.

On associe : la fonction  $\theta(p)$  dans le domaine de Laplace à la fonction temporelle  $\theta(t)$   
 la fonction  $\theta_a(p)$  dans le domaine de Laplace à la fonction temporelle  $\theta_a(t)$   
 la fonction  $P(p)$  dans le domaine de Laplace à la fonction temporelle  $P(t)$

**Q 28.** Faire un schéma bloc représentant le processus de chauffe, avec  $\theta(p)$  en sortie, en fonction de  $P(p)$  et  $\theta_a(p)$ .

**Q 29.** Si on ne tient pas compte de  $\theta_a(p)$ , exprimer la fonction de transfert :  $F_1(p) = \frac{\theta(p)}{P(p)}$  et indiquer son ordre.

**Q 30.** Pour cette fonction de transfert, dessiner l'allure de la réponse indicielle  $\theta(t)$ .

*Modèle de comportement :*

Un échelon de puissance de 400 W a été réalisé dans le four. On donne l'évolution de la température dans le four ci-dessous (figure 8) :

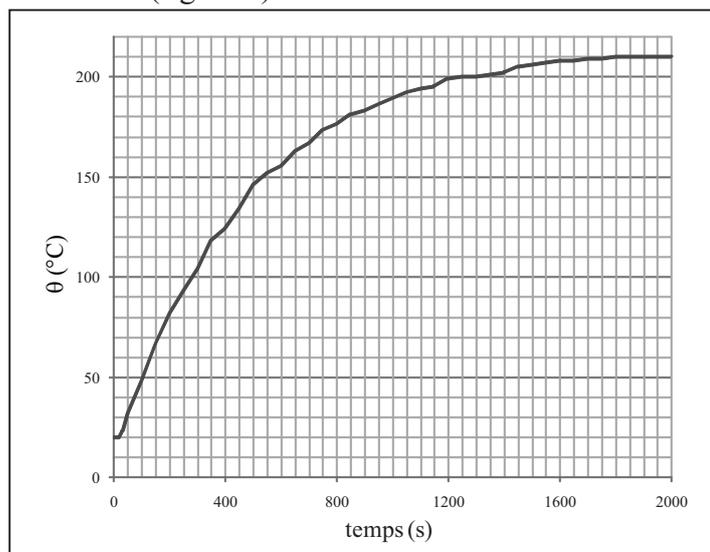


Figure 8. Réponse indicielle du four

Cet essai met en évidence la présence d'un retard  $T_d$ . La modélisation d'un retard pur s'exprime dans le domaine de Laplace en multipliant par  $e^{-T_d p}$  la fonction de transfert sans retard.

**Q 31. Identifier la valeur numérique de  $T_d$  en expliquant la démarche sur le document réponse DR4, et proposer une explication qualitative de ce retard.**

*Amélioration du modèle de connaissance*

**Q 32. Conclure sur la validité du modèle  $F_1(p)$  et proposer un nouveau modèle  $F_2(p)$  tenant compte de ce retard.**

**Q 33. Toujours sans tenir compte de  $\theta_a(t)$ , tracer l'allure de la réponse indicielle  $\theta(t)$  avec ce nouveau modèle.**

**Q 34. Identifier les valeurs numériques de  $R_{theq}$  et  $\tau = R_{theq} \cdot m \cdot C_p$  en justifiant la démarche sur le document réponse DR4.**

**Choix du correcteur et de ses caractéristiques :**

Le schéma bloc global du système peut se mettre sous la forme suivante :

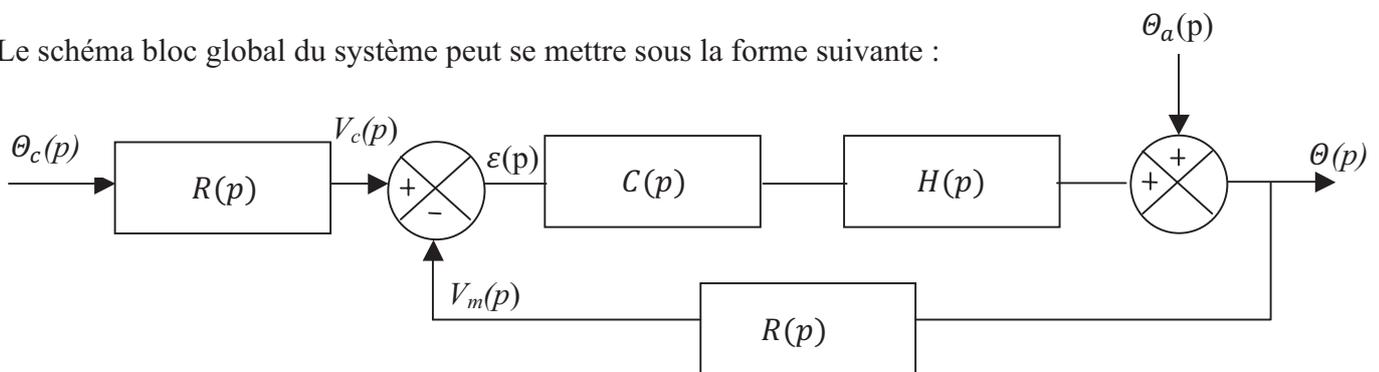


Figure 9. Schéma bloc global du système

$C(p)$  est la fonction de transfert du correcteur.

$$H(p) = \frac{G \cdot e^{-T_d \cdot p}}{1 + \tau p} \text{ avec } G = 1500 \text{ °C/V, } \tau = 500 \text{ s et } T_d = 20 \text{ s}$$

$$R(p) = 41 \cdot 10^{-6} \text{ V/°C}$$

$\Theta_c(p)$  est l'entrée de consigne en température

L'expression de  $\Theta(p)$  peut se mettre sous la forme :

$$\Theta(p) = H_1(p) \cdot \Theta_c(p) + H_2(p) \cdot \Theta_a(p)$$

**Q 35. Déterminer les expressions de  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  en fonction de  $C(p)$ ,  $H(p)$  et  $R(p)$ .**

**Q 36. Justifier que l'étude de stabilité sur  $H_1(p)$  est suffisante pour étudier la stabilité du système global.**

Afin de simplifier les calculs, on utilise l'approximation de Padé qui permet de remplacer l'expression du retard pur par une fonction rationnelle :

$$e^{-T_d \cdot p} \approx \frac{1 - \frac{T_d}{2} p}{1 + \frac{T_d}{2} p}$$

**Première proposition de correcteur :**

On choisit de mettre dans un premier temps un correcteur proportionnel :  $C(p) = K$ .

*Etude de la stabilité :*

On ne tient pas compte de l'entrée  $\theta_a(p)$ .

**Q 37. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO(p) = \frac{V_m(p)}{\varepsilon(p)}$ .**

**Q 38. Sur le document réponse DR5, tracer l'allure des diagrammes de Bode de cette fonction de transfert en considérant  $K = 1$ . On rappelle également que  $|a - jb| = |a + jb|$  et  $Arg(a - jb) = -Arg(a + jb)$ .**

**Q 39. En justifiant la réponse, indiquer si le système sera stable en boucle fermée avec cette valeur de  $K$ .**

**Q 40. En justifiant la réponse, peut-on choisir  $K$  pour imposer les marges de stabilité souhaitées ?**

*Etude de la précision :*

On tient compte de  $\theta_a(p)$ . On prend  $K = 310$ , ce qui correspond à des marges de stabilité suffisantes.

**Q 41. Pour un échelon de consigne de  $180^\circ\text{C}$  et sans tenir compte de la température ambiante  $\theta_a$ , calculer la valeur de la température de sortie en régime permanent.**

**Q 42. Pour un échelon de  $20^\circ\text{C}$  sur l'entrée  $\theta_a$  et sans tenir compte de la température de consigne, calculer la valeur de la température de sortie en régime permanent.**

**Q 43. En appliquant le théorème de superposition, le système étant supposé linéaire, calculer la valeur de la température de sortie si la température ambiante est de  $20^\circ\text{C}$  et que l'on impose une température de consigne de  $180^\circ\text{C}$ .**

**Q 44. Conclure sur la qualité de la précision de ce système vis-à-vis du cahier des charges.**

**Deuxième proposition de correcteur :**

On choisit d'implanter le correcteur suivant :  $C(p) = K \cdot (1 + \frac{1}{T_i \cdot p})$

Avec  $K = 310$  et  $T_i = 250$  s.

**Q 45. De quel type de correcteur s'agit-il ? Justifier le choix de ce correcteur par rapport aux performances du correcteur précédent.**

Les diagrammes de Bode de la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte corrigée sont donnés sur le document réponse DR6.

**Q 46. Sur ce document réponse, indiquer la marge de phase et la marge de gain.**

**Q 47. Les critères de performances de la fonction FT32 sont-ils vérifiés par ce second correcteur ?**

## ***Partie III : choix du variateur et du moteur pour la fonction FT2 : « convoyer et positionner le produit »***

L'objectif de cette partie est de choisir le moteur et son variateur de vitesse permettant au système de garantir la cadence du cahier des charges.

L'ensemble de la motorisation permettant de déplacer le produit à fardeler est représenté sur les deux figures ci-dessous :

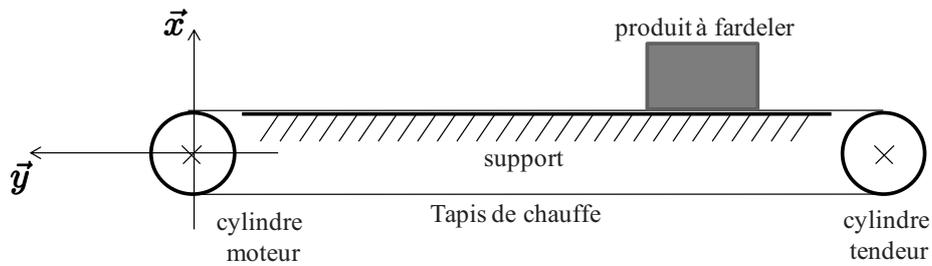


Figure 10. Ensemble cylindres, tapis et produit à déplacer

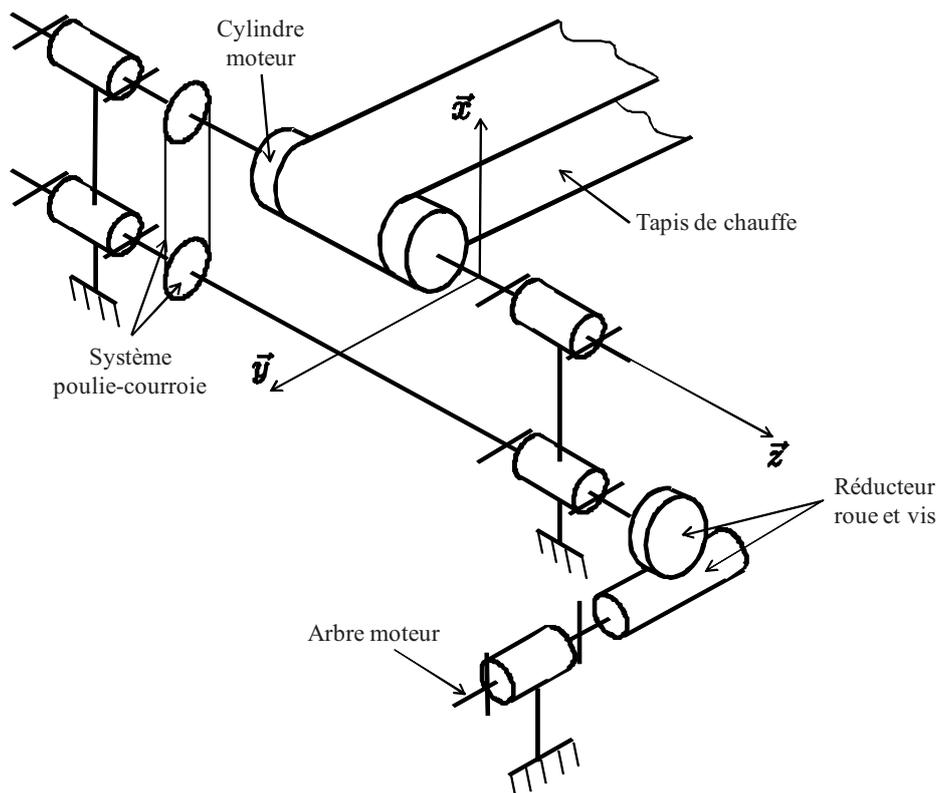


Figure 11. Ensemble moto-réducteur entraînant le cylindre moteur du tapis

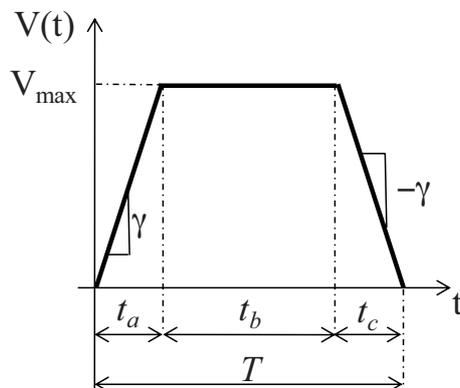
On suppose que les liaisons sont parfaites sauf les pertes considérées dans le réducteur et le frottement entre le tapis et le support.

Dans le tableau ci-dessous, sont rassemblées les différentes caractéristiques et notation de la chaîne d'énergie pour la fonction FT2 :

Eléments	Caractéristiques et notation
Alimentation	Triphasé 400 V
Moteur	Couple moteur : $C_m$ (inconnue)
	Inertie arbre moteur : $I_{am}$ (inconnue)
	Vitesse de rotation : $\omega_m$
Réducteur	Rendement : $\eta = 0,8$
	Inertie équivalente du réducteur ramenée sur l'arbre moteur : $I_r = 1,52.10^{-4} \text{ kg.m}^2$
	Rapport de réduction : $r = 1/15$
Arbre intermédiaire	Inertie arbre intermédiaire : $I_{ai} = 0,97.10^{-4} \text{ kg.m}^2$
	Vitesse de rotation : $\omega_c$
Système poulie-courroie	Rapport de réduction : 1
	Inertie négligée
Cylindre moteur	Rayon : $R = 28,5 \text{ mm}$
	Inertie cylindre moteur : $I_{cm} = 9,3.10^{-4} \text{ kg.m}^2$
	Vitesse de rotation : $\omega_c$
Cylindre tendeur	Rayon : $R = 28,5 \text{ mm}$
	Inertie cylindre tendeur : $I_{ct} = 7,75.10^{-4} \text{ kg.m}^2$
	Vitesse de rotation : $\omega_c$
Tapis	Masse négligée
	Coefficient de frottement entre le tapis et le support : $f = 0,2$
Produit à fardeler	Masse : $M_p = 18 \text{ kg}$
	Vitesse du produit à fardeler : $V$
	Accélération du produit à fardeler : $\gamma$
	Distance à parcourir : $d = 1 \text{ m}$ en un temps $T = 2 \text{ s}$

### Estimation des accélérations et vitesses pour respecter la cadence :

Pour respecter la cadence, le produit doit être déplacé d'une distance  $d = 1 \text{ m}$  en un temps  $T = 2 \text{ s}$ . On souhaite avoir le profil de vitesse en trapèze suivant (fig.12) :



De plus, chacune des phases d'accélération et de décélération pendant le déplacement total  $d$  du produit a une durée égale :  $t_a = t_c = T/6$ .

**Q 48.** Trouver une relation entre  $V_{\max}$ ,  $d$  et  $T$  puis entre  $\gamma$ ,  $d$  et  $T$ .

**Q 49.** De même, trouver une relation entre  $\omega_{m_{\max}}$ ,  $d$  et  $T$  puis entre  $\dot{\omega}_m$ ,  $d$  et  $T$ .

**Q 50.** Calculer numériquement la vitesse de rotation maximale du moteur  $\omega_{m_{\max}}$  et l'accélération du moteur  $\dot{\omega}_m$ .

En annexe 5, une documentation de moteurs asynchrones est fournie.

**Q 51.** Parmi les moteurs proposés, choisir entre 2 ou 4 pôles.

**Choix d'un ensemble variateur et moteur pour respecter la cadence :**

On souhaite choisir un moteur pour respecter la cadence de production. Dans l'équation à démontrer, les grandeurs dépendant du choix du moteur sont le couple moteur  $C_m$  et l'inertie de l'arbre moteur  $I_{am}$ .

**Q 52.** En considérant que le produit à fardeler est entraîné par le tapis, qu'il y a glissement entre le tapis et le support, donner l'expression de l'action tangentielle  $\vec{T}_{\text{support} \rightarrow \text{tapis}}$  du support sur le tapis en fonction de  $M_p$ ,  $f$  et  $g$  (l'accélération de la pesanteur).

Dans la suite, on appliquera le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble des pièces mobiles du système : {arbre moteur, pièces mobiles du réducteur, poulie-courroie, cylindres moteur et tendeur, tapis, produit à fardeler}.

**Q 53.** Déterminer les puissances des actions mécaniques extérieures au système isolé. Déterminer la puissance des actions mécaniques intérieures au système isolé. Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble isolé et en déduire l'inertie équivalente  $I_{eq}$  du système ramenée sur l'arbre moteur en fonction de  $I_{am}$ ,  $I_r$ ,  $I_{ai}$ ,  $I_{cm}$ ,  $I_{ct}$ ,  $M_p$ ,  $r$  et  $R$ .

**Q 54.** En appliquant le théorème de l'énergie puissance à l'ensemble des pièces mobiles du système et avec les différentes caractéristiques définies ci-dessus, trouver une relation entre l'accélération angulaire  $\dot{\omega}_m$  et le couple moteur  $C_m$ . Vous mettrez cette relation sous la forme  $I_{eq} \cdot \dot{\omega}_m = \eta \cdot C_m - Cr_{eq}$ . Vous exprimerez  $Cr_{eq}$  en fonction de  $M_p$ ,  $f$ ,  $r$  et  $R$ .

**Q 55.** Pour les deux moteurs référencés M71a2 et M50L2 en annexe 5, calculer l'accélération du moteur  $\dot{\omega}_m$ . Vous prendrez pour le couple moteur, le couple  $C_{\max}$  dans la documentation fournie.

**Q 56.** Comparer les valeurs trouvées à celle trouvée à la Q 50. Choisir le moteur parmi ces deux références en justifiant votre réponse.

Quel que soit le choix du moteur fait à la question précédente, le concepteur du système a choisi le moteur M71a2. Afin d'obtenir le profil de vitesse souhaité, on installe en amont du moteur, un variateur de vitesse de type ATV31 alimenté en phase et neutre.

**Q 57.** Justifier le choix du variateur ATV31H037M2 à l'aide de la notice en annexe 6.

**Q 58.** Expliquer l'intérêt d'utiliser une technologie communiquant par bus CAN.

## ***Partie IV : dimensionnement et proposition d'une partie de la solution pour réaliser la fonction FT24 : « transformer l'énergie mécanique de rotation en énergie mécanique de translation »***

Les objectifs de cette partie sont :

- de dimensionner l'axe et les roulements de la liaison pivot entre le cylindre tendeur et le bâti,
- de proposer une solution pour régler et imposer la tension du tapis.

Le tapis est entraîné par deux cylindres : le cylindre moteur et le cylindre tendeur. Le tapis est entraîné par adhérence. Pour que la transmission de puissance se fasse sans glissement, le tapis doit être tendu. A l'arrêt, la tension  $T_0$  est réglée en tradant l'axe du cylindre tendeur.

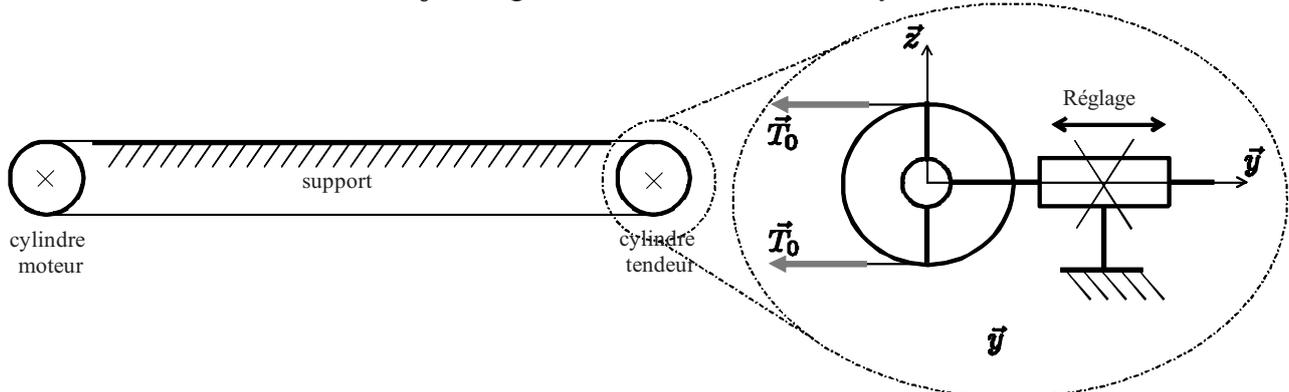


Figure 13. Système de réglage de la tension du tapis

On considérera que le tapis est positionné symétriquement sur chaque cylindre. Le cylindre tendeur est guidé en rotation par rapport à l'axe lié au bâti par deux roulements en B et C. L'ensemble pouvant se déplacer par rapport au bâti pour tendre le tapis.

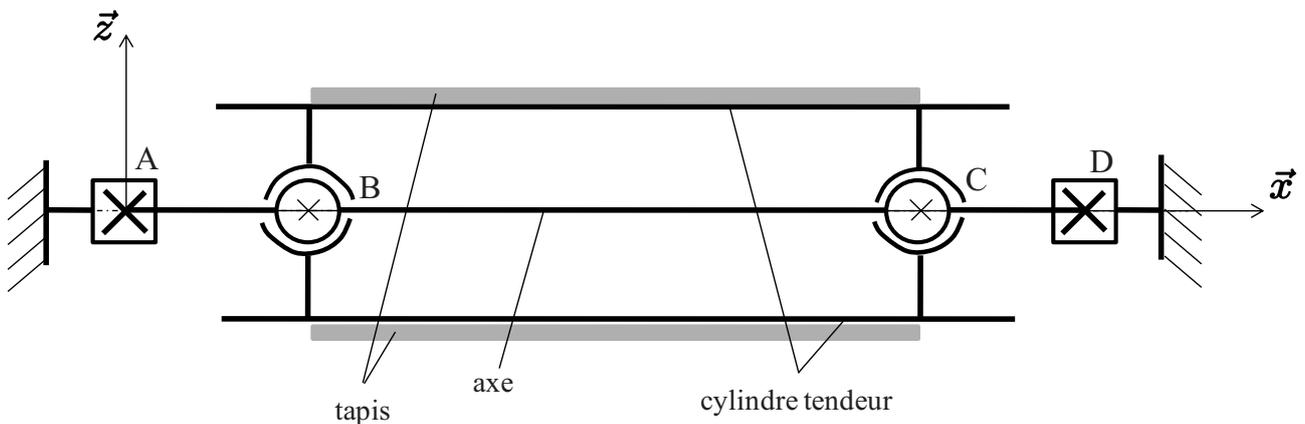


Figure 14. Guidage en rotation du cylindre récepteur

### ***Dimensionnement de l'axe de la liaison pivot :***

L'axe permettant de guider en rotation le cylindre récepteur est soumis à des actions mécaniques. On cherche tout d'abord à le dimensionner. L'axe sera considéré cylindrique de diamètre  $d$ . On retient le modèle poutre et les conditions limites suivantes pour l'axe :

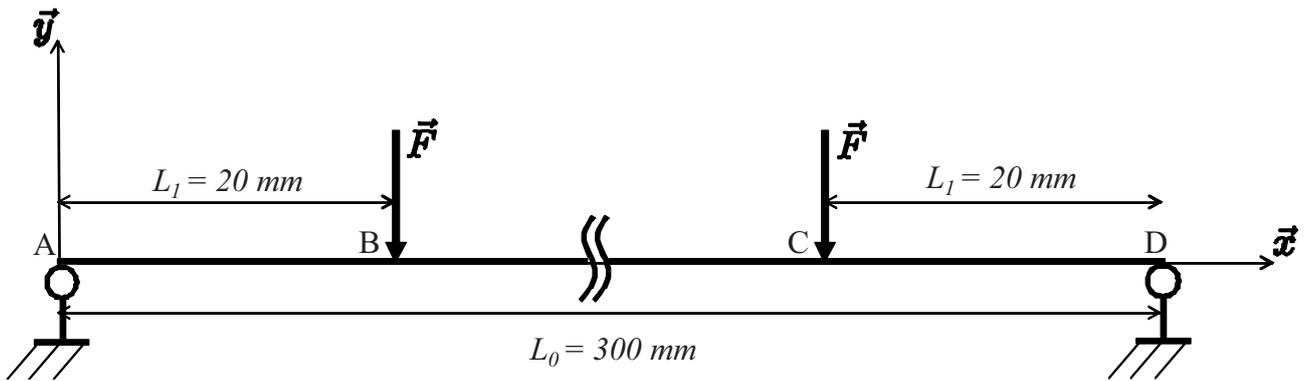


Figure 15. Conditions limites sur l'axe

On suppose que l'axe est sur deux appuis en A et D et que les deux roulements exercent deux efforts en B et C :  $\vec{F} = -F \cdot \vec{y}$  avec  $F = 230 \text{ N}$ .

**Q 59.** Donner la relation entre  $T_0$ , la tension du tapis et  $F$  la norme des efforts en B et C. Vous décrirez succinctement la démarche utilisée.

**Q 60.** Donner la résultante des efforts aux appuis en A et D sur l'axe en fonction de  $F$ .

Dans la suite, on écrira le torseur des efforts intérieurs de la manière suivante :

$$\{\tau_{int}\}_{G(x)} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}(x) = N(x) \cdot \vec{x} + T_y(x) \cdot \vec{y} + T_z(x) \cdot \vec{z} \\ \vec{M}_G(x) = M_t(x) \cdot \vec{x} + M_{fy}(x) \cdot \vec{y} + M_{fz}(x) \cdot \vec{z} \end{array} \right\}$$

**Q 61.** Donner, le long de la poutre pour les trois tronçons d'étude ]AB[, ]BC[ puis ]CD[, le torseur des efforts intérieurs en fonction de  $F$ ,  $L_0$ ,  $L_1$  et  $x$ . A quelle sollicitation est soumise la poutre ?

**Q 62.** En négligeant l'effort tranchant  $T_y$ , quelle zone de la poutre est la plus sollicitée ?

On rappelle que la contrainte normale  $\sigma_{xx}$  pour cette sollicitation s'écrit  $\sigma_{xx}(x, y) = -\frac{M_{fz}(x) \cdot y}{I_{Gz}}$ , avec  $I_{Gz} = \frac{\pi d^4}{64}$ , moment quadratique de la section droite de la poutre autour de l'axe  $(G, \vec{z})$ , en fonction de  $d$  le diamètre de l'axe.

**Q 63.** Montrer que la contrainte maximale positive au sein de la poutre s'écrit  $\sigma_{xxmax} = \frac{32 \cdot F \cdot L_1}{\pi \cdot d^3}$ .

Pour dimensionner l'axe, on souhaite que la contrainte normale soit inférieure à la limite élastique  $Re$ , corrigée d'un coefficient de sécurité  $S_c$  supérieur à 1. On considérera  $S_c = 2$ .

**Q 64.** Donner l'expression du diamètre minimal  $d_{mini}$  respectant le critère de dimensionnement.

**Choix d'un matériau pour l'axe de la liaison pivot :**

Pour l'axe, il a été choisi d'acheter des barres cylindriques chez un métallurgiste. Il existe des barres avec des diamètres de 3 mm à 50 mm. On donne dans le tableau suivant les différents aciers possibles pour l'axe de la liaison pivot.

Acier	Etat	Re en MPa	Rm en MPa
C22	Normalisé	240	430
	Trempé et revenu	340	650
C55	Normalisé	370	680
	Trempé et revenu	550	950
15CrNi6	Trempé et revenu	650	1000
25CrMo4	Trempé et revenu	550	850

**Q 65. Parmi les aciers proposés ci-dessus, choisir l'acier et l'état de cet acier qui pourrait convenir pour l'application étudiée. Vous justifierez votre choix.**

**Q 66. Pour l'acier que vous aurez choisi, déterminer la valeur de  $d_{mini}$ .**

**Choix et dimensionnement des roulements :**

Quel que soit le diamètre trouvé précédemment, on considérera dans la suite du sujet un diamètre de l'axe de 12 mm. Pour le guidage en rotation du cylindre tendeur, on souhaite utiliser des roulements rigides à billes entièrement étanches. Voici, figure 16 ci-dessous, une liste de roulements rigides à billes du fabricant SKF.

Dimensions d'encombrement			Charges de base dynamique statique		Limite de fatigue	Vitesses de base		Masse	Désignation
d	D	B	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Vitesse de référence	Vitesse limite		
mm			kN		kN	tr/min		kg	-
8	22	7	3,45	1,37	0,057	75000	38000	0,012	608-2RSL
8	24	8	3,9	1,66	0,071	63000	32000	0,017	628-2RZ
8	28	9	4,62	1,96	0,083	60000	30000	0,03	638-2RZ
9	24	7	3,9	1,66	0,071	70000	34000	0,014	609-2RSL
9	26	8	4,75	1,96	0,083	60000	30000	0,020	629-2RSL
10	26	8	4,75	1,96	0,083	67000	34000	0,019	6000-2RSL
10	30	9	5,4	2,36	0,1	56000	28000	0,032	6200-2RSL
10	35	11	8,52	3,4	0,143	50000	26000	0,053	6300-2RSL
12	28	8	5,4	2,36	0,1	60000	30000	0,022	6001-2RSL
12	32	10	7,28	3,1	0,132	50000	26000	0,037	6201-2RSL
12	37	12	10,1	4,15	0,176	45000	22000	0,060	6301-2RSL

Figure 16. Extrait du catalogue SKF

**Q 67. Justifier le choix de ce type de roulement pour le guidage en rotation du cylindre tendeur.**

On souhaite avoir une durée de vie de la liaison pivot de 30000 heures. On rappelle que pour déterminer la durée de vie  $L_N$  en millions de tours d'un roulement, on utilise la formule suivante :  $L_N = \left(\frac{C}{P}\right)^p$  avec  $p = 3$  pour ce calcul,  $C$  la charge de base dynamique et  $P$  la charge dynamique équivalente sur le roulement. Pour estimer  $P$ , on utilise les relations suivantes :

$$\begin{cases} P = F_r \text{ si } \frac{F_a}{F_r} < e \\ P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \text{ si } \frac{F_a}{F_r} \geq e \end{cases}$$

avec  $X, Y, e$  des caractéristiques propres aux roulements,  $F_r$  et  $F_a$  respectivement l'effort radial et axial sur le roulement.

**Q 68.** En considérant que  $V_{moy} = 400 \text{ mm/s}$  est la vitesse moyenne du tapis, estimer la durée de vie en millions de tours  $L_N$  pour avoir une durée de vie minimale en heures de 30000 heures. On rappelle que le rayon du cylindre tendeur est de 28,5 mm.

**Q 69.** Calculer alors la charge de base dynamique minimale  $C_{mini}$  et choisir un roulement parmi l'extrait du catalogue donné en figure 16.

**Proposition d'une solution :**

On souhaite proposer une solution du système de tension du tapis. Le châssis du système est composé de différents profilés pouvant être utilisés et percés pour fixer l'ensemble à concevoir. Sur la figure 17 ci-dessous que l'on retrouve sur le document réponse DR7, on visualise l'encombrement de la solution à concevoir avec le châssis du système, l'axe et les limites radiales du cylindre tendeur.

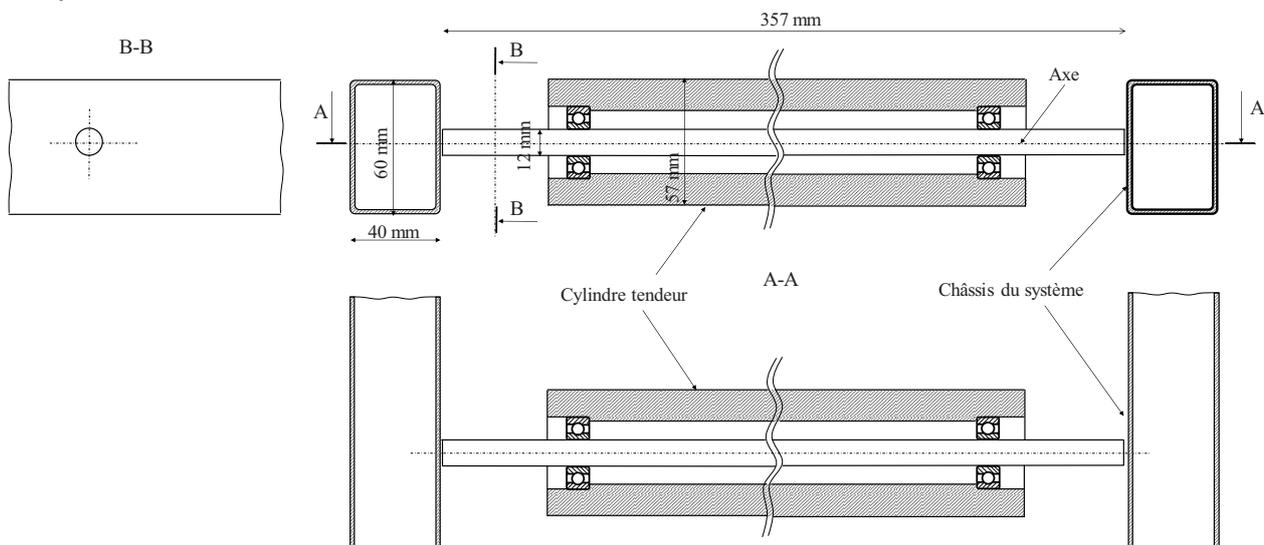


Figure 17. Encombrement pour réaliser la solution technique

On considérera que la solution à réaliser est symétrique.

**Q 70.** Sur la vue de face, sur les coupes A-A et B-B du document réponse DR7, proposer à main levée une solution technique permettant de déplacer l'axe du guidage en rotation du cylindre afin de tendre le tapis. La course à prévoir est de 40 mm. Vous finaliserez également le guidage en rotation du cylindre tendeur.

**Fin de l'énoncé**