

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI

SCIENCES INDUSTRIELLES (S.I.)

Durée : 4 heures

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES.

N.B. : Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Le sujet comporte 22 pages et un document réponse de 4 pages.

Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

REMARQUES PRELIMINAIRES

- Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur votre copie.
- Il est demandé au candidat de bien vouloir inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, **en précisant bien le numéro de la question traitée.**
- Les différentes parties du sujet sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre quelconque.

MICROMANIPULATEUR

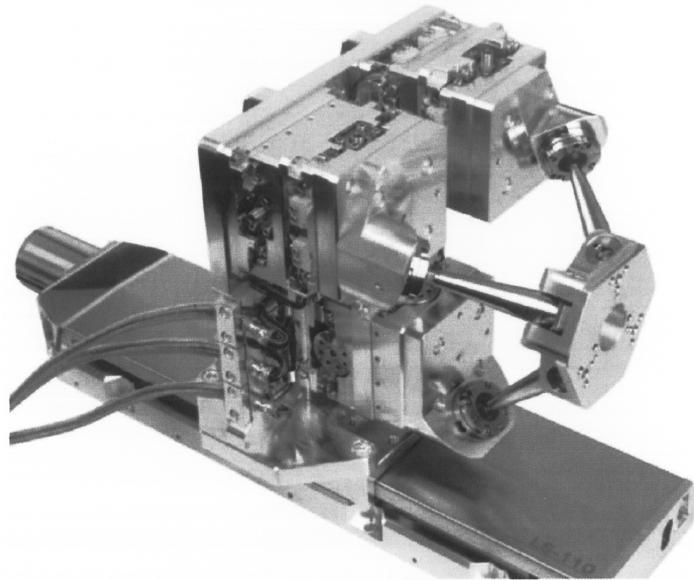
1 PRESENTATION

Les techniques d'imagerie électronique de surface (microspectroscopie par exemple) permettent la caractérisation physique et chimique de matériaux et nanostructures.

En soumettant un échantillon à plusieurs sources de rayonnement (UV, RX...), on peut en créer une image en détectant les électrons qui s'en dégagent. Les niveaux d'énergie sont tels qu'il est nécessaire de placer l'échantillon dans un vide poussé.

La source de rayonnement n'éclaire qu'une zone de quelques microns ; il est donc nécessaire de positionner l'échantillon à l'aide d'un système micrométrique compatible avec les conditions d'expérimentation.

Le micromanipulateur, à six degrés de liberté, étudié ici a été développé pour positionner précisément l'échantillon dans un environnement sous vide mais aussi pour le déplacer suivant des procédures complexes de cartographie de surface.



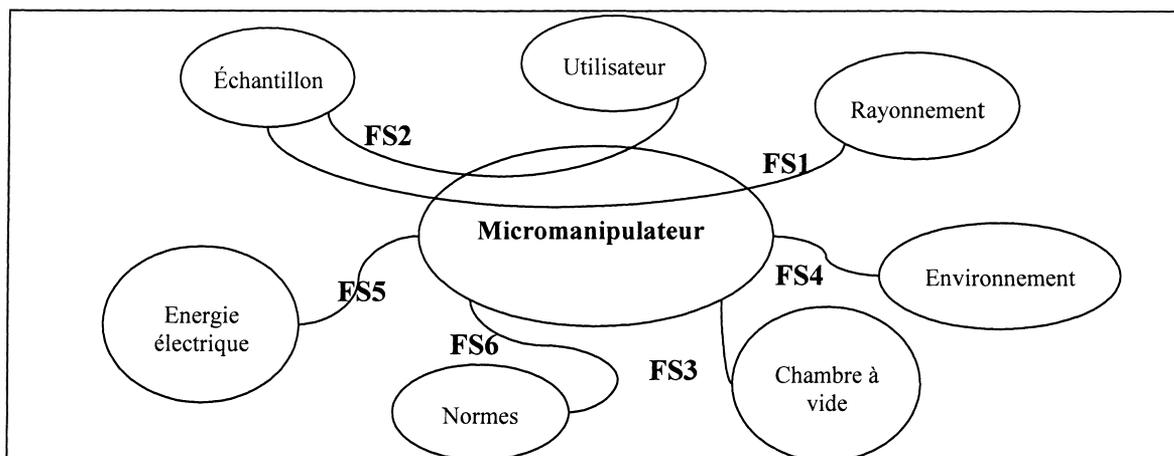
1.1 Extrait du cahier des charges fonctionnel

Ce micromanipulateur a été développé dans le cadre du projet CryoAlp. Ce projet vise à élargir les connaissances de l'environnement naturel en haute montagne en étudiant les caractéristiques chimiques et structurales des glaciers italiens.

Les exigences techniques d'un appareil dédié à la microspectroscopie sont bien définies et en particulier la nécessité d'une grande chambre à vide. De plus, dans le cadre du projet CryoAlp, les études portent sur des échantillons de glace devant rester à une température de l'ordre de -50°C . Ces échantillons contiennent des traces d'impuretés que l'on cherche à identifier, aussi l'environnement expérimental doit être le plus propre possible pour empêcher toute contamination pendant l'expérience et garantir une détection fiable des très faibles concentrations de polluants.

Lors de la mise sous vide du système, ses composants vont se mettre à dégazer et ainsi polluer l'intérieur de la chambre à vide.

Pour éviter cette pollution, une phase de dégazage est nécessaire avant la mise en service du système. Cette opération consiste à forcer le phénomène de dégazage avant la mise sous vide complète en élevant la température de l'enceinte.



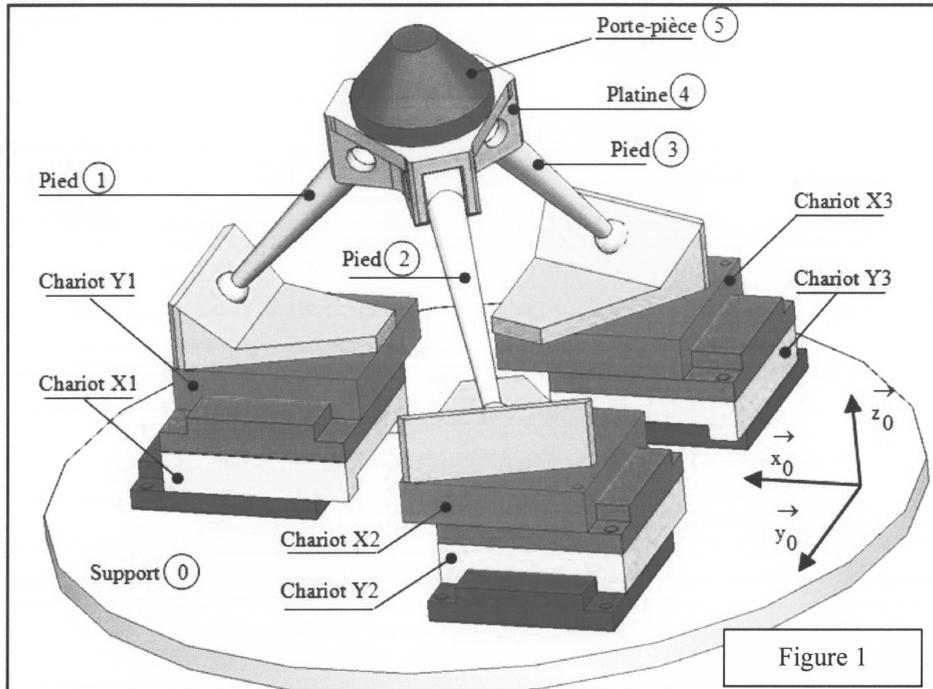
Fonctions de service	Critères	Niveaux
FS1 : Positionner un échantillon sous une source de rayonnement	<ul style="list-style-type: none"> Masse de l'échantillon Précision de positionnement : en translation (X, Y, Z) en rotation (θ, ϕ, φ) 	1 kg maxi 5 μm 10 μrad
FS2 : Permettre à l'utilisateur de programmer les déplacements de l'échantillon	<ul style="list-style-type: none"> Amplitude des mouvements en translation : (X, Y) (Z) en rotation (θ, ϕ, φ) Mouvements indépendants Vitesse de déplacement 	+/-25 mm +/-12,5 mm +/-5° 6 degrés de liberté 35 mm/s maxi
FS3 : Être adapté à la chambre à vide	<ul style="list-style-type: none"> Pression Dimensions de la chambre à vide Température de fonctionnement 	10 ⁻⁷ mbar H = 500 mm Ø = 400 mm -50°C à 80°C
FS4 : Ne pas polluer l'environnement de la chambre à vide	<ul style="list-style-type: none"> Température de la phase de dégazage Dépassement de température Ecart par rapport à une consigne constante Durée de montée en température (à 5% près) 	200°C Aucun Nul 2 min
FS5 : Utiliser l'énergie électrique		
FS6 : Respecter les normes en vigueur		

1.2 Objectifs de l'étude.

L'étude proposée dans ce sujet permettra :

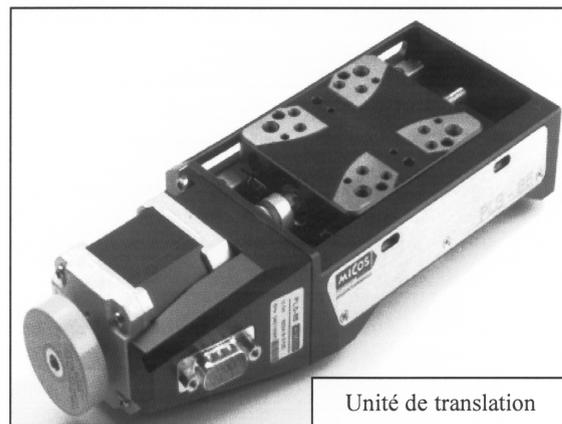
- de garantir les performances du contrôle de la température pendant la phase de dégazage ;
- de valider la structure choisie pour ce micromanipulateur ;
- de déterminer les caractéristiques des actionneurs et de leur commande permettant de répondre au cahier des charges.

1.3 Description



La mise en position de la platine 4 et du porte-pièce 5 est assurée par trois pieds disposés à 120°. La base de chacun des pieds est pilotée par deux axes, chaque axe est réalisé par une unité de translation composée :

- d'un moteur pas à pas ;
- d'un ensemble vis-écrou à billes ;
- d'un chariot en liaison glissière (avec éléments roulants) par rapport au support ;
- d'un capteur.



2 PHASE DE DEGAZAGE

Pour améliorer l'efficacité du dégazage, on utilise une procédure de *Self Bake Gasing*, qui permet, outre la mise en température de l'enceinte de la chambre à vide, de provoquer l'échauffement à cœur du moteur jusqu'à une température de 200°C, en l'alimentant, sans commutation de phase, donc sans qu'il ne tourne.

L'objet de cette partie est de concevoir l'asservissement permettant de contrôler la température en phase de dégazage conformément aux exigences du cahier des charges.

2.1 Modèle de connaissance.

On considère que l'énergie fournie par effet joule à l'enceinte et au moteur par ses bobinages est d'une part accumulée par cet ensemble et d'autre part transférée au milieu ambiant.

On admettra les équations suivantes :

$$s(t) = \theta(t) - \theta(0)$$

$$\frac{ds(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot [q_e(t) - q_s(t)]$$

$$q_s(t) = \frac{1}{R} \cdot [\theta(t) - \theta_a(t)]$$

Avec :

- $\theta(t)$ température du moteur à l'instant t ($^{\circ}\text{C}$) ;
- C capacité calorifique du moteur et de l'enceinte ($\text{J}/^{\circ}\text{C}$) ;
- R résistance thermique du moteur et de l'enceinte ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$) ;
- $q_e(t)$ flux de chaleur apporté par effet joule (W) ;
- $q_s(t)$ flux de chaleur perdu par conduction (W) ;
- $\theta_a(t)$ température ambiante à l'instant t ($^{\circ}\text{C}$) ;
- $s(t)$ variation de température à l'instant t ($^{\circ}\text{C}$).

On considérera toutes les conditions initiales nulles sauf pour $\theta(t)$; on a $\theta(0) \neq 0$.

On notera $\Theta(p)$ la transformée de Laplace de $\theta(t)$;

$\Theta_a(p)$ la transformée de Laplace de $\theta_a(t)$;

$Q_e(p)$ la transformée de Laplace de $q_e(t)$;

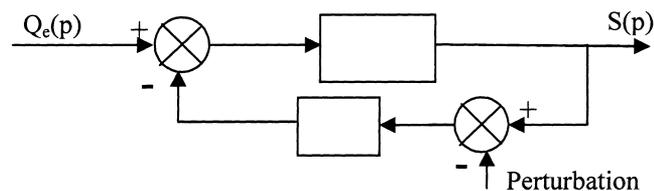
$Q_s(p)$ la transformée de Laplace de $q_s(t)$;

$S(p)$ la transformée de Laplace de $s(t)$.

QUESTION 1 :

a) Ecrivez les trois équations précédentes dans le domaine de Laplace.

b) Montrez que l'on peut représenter cet ensemble par un schéma bloc de la forme suivante :



Reproduisez et complétez ce schéma en indiquant les expressions de la perturbation et des transmittances de chaque bloc.

A l'instant initial, la température de l'ensemble est égale à la température ambiante. Et pendant la phase de dégazage, la température ambiante est constante.

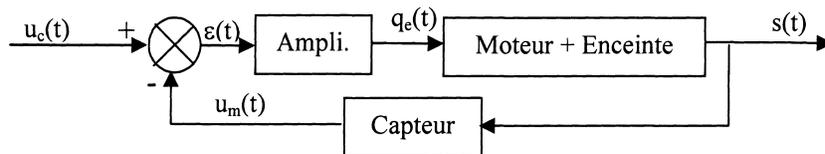
QUESTION 2 :

a) Dans ces conditions simplifiez le schéma bloc précédent.

b) Déduisez-en l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{Q_e(p)}$.

2.2 Modèle de comportement.

Pour élever la température à cœur du moteur, on alimente en tension tous les bobinages du moteur par l'intermédiaire d'un comparateur et d'un amplificateur. Cet ensemble élabore une tension, dépendant de la tension de consigne $u_c(t)$, provenant d'un dispositif non étudié ici, et de la tension $u_m(t)$ fournie par un capteur de température situé dans le stator du moteur.



$u_c(t)$: tension de consigne.

$u_m(t)$: tension image de la variation de température.

$s(t)$: variation de température.

$\varepsilon(t)$: tension image de l'écart entre la consigne et la variation de température.

$q_e(t)$: flux de chaleur apporté par effet joule.

Afin d'identifier les paramètres de ce dispositif, on réalise les opérations suivantes :

- On ouvre la boucle de retour.
- On alimente le système ainsi ouvert par une tension constante $u_c(t)=4V$.
- On relève la tension $u_m(t)$ en sortie du capteur de température.

Les résultats de mesures obtenus sont reproduits sur les figures du DOCUMENT REPONSE 1.

- Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on choisit comme fonction de transfert de l'ensemble {Moteur + Enceinte} : $H(p) = \frac{S(p)}{Q_e(p)} = \frac{H_0}{1 + \tau \cdot p}$.
- Le capteur de température sera modélisé par un retard pur noté T_r , de gain $\beta = 5/200$ V/°C.
- L'amplificateur a un gain $A = 400$ W/V.

QUESTION 3 :

- A partir des résultats de mesures obtenus, déterminez sur le DOCUMENT REPONSE 1 les valeurs de H_0 , τ et T_r du modèle proposé. Expliquez clairement votre démarche et réalisez les constructions nécessaires.**
- En déduire, sur le DOCUMENT REPONSE 1, l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte de ce système de contrôle de température.**

2.3 Conception de la commande.

Quels que soient les résultats trouvés à la question précédente, on modélisera dans toute la suite de l'étude :

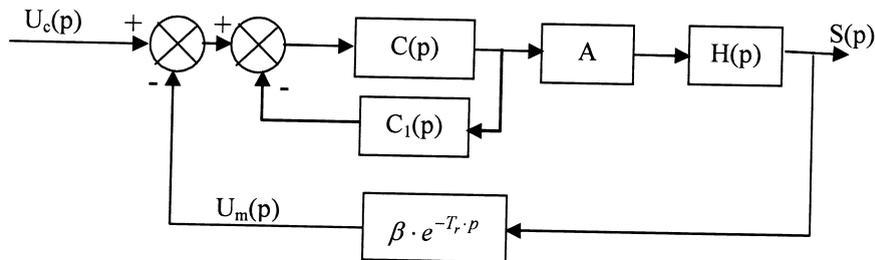
- l'ensemble {Moteur + Enceinte} par un premier ordre de fonction de transfert

$$H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau \cdot p} \text{ avec } H_0 = 0,2 \text{ °C/W et } \tau = 200 \text{ s ;}$$

- le capteur par un système de fonction de transfert $\beta \cdot e^{-T_r \cdot p}$ avec $\beta = \frac{5}{200} V/^\circ C$ et $T_r = 20$ s ;
- l'amplificateur par un gain pur $A = 400$ W/V.

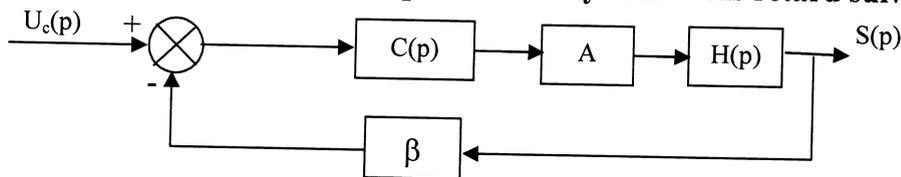
QUESTION 4 : Expliquez en quelques lignes pourquoi le retard engendré par le capteur risque de rendre le système non conforme au cahier des charges.

Pour supprimer l'influence du retard, on choisit d'installer un correcteur en série juste avant l'amplificateur ; comme indiqué sur le schéma bloc suivant :



QUESTION 5 : Déterminez l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée du système ainsi corrigé en fonction de $H(p)$, A , $C(p)$, $C_1(p)$, β et T_r .

QUESTION 6 : Déterminez l'expression de $C_1(p)$ en fonction de $H(p)$, A , β et T_r pour que le système ait un comportement équivalent au système sans retard suivant :



Grâce au correcteur $C_1(p)$ choisi précédemment, le retard n'a plus d'influence sur la commande du système.

On choisit comme fonction de transfert de la seconde partie du correcteur $C(p) = K_i \cdot \frac{1 + T_i \cdot p}{T_i \cdot p}$

QUESTION 7 : Justifiez le choix de $C(p)$ en vous appuyant sur les exigences du cahier des charges.

QUESTION 8 : Déterminez l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{S(p)}{U_c(p)}$ du système en fonction de K_i et T_i .

QUESTION 9 : Calculez la valeur de T_i pour que le système se comporte comme un premier ordre.

QUESTION 10 : Calculez la valeur de K_i pour que le temps de montée en température soit compatible avec les données du cahier des charges.

3 STRUCTURE DU MICROMANIPULATEUR

D'après la fonction de service FS2, le micromanipulateur doit déplacer l'échantillon suivant les six degrés de liberté.

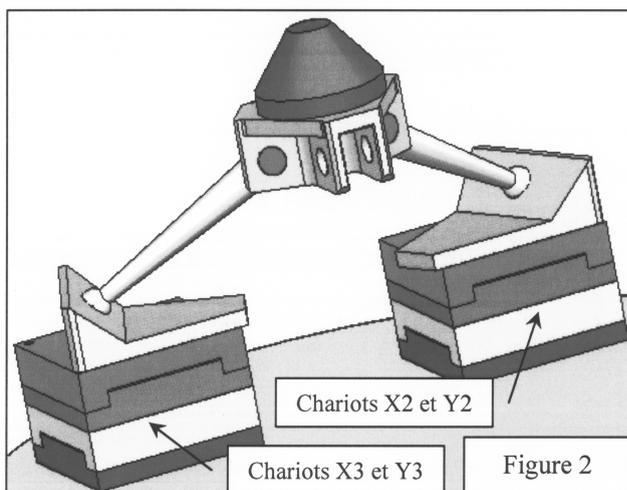
L'objet de cette partie est de vérifier si la structure choisie permet de contrôler les six degrés de liberté de l'échantillon.

Les systèmes vis à billes d'entraînement en translation des différents chariots sont exclus de cette étude.

QUESTION 11 : Après avoir précisé la modélisation retenue pour les différentes liaisons, montrez que la structure mécanique de ce robot est isostatique.

On considère, pour la prochaine question, le système de la figure 2 constitué :

- du support ;
- des chariots X2, Y2 et X3, Y3 considérés fixes par rapport au support ;
- des pieds 2 et 3 ;
- de la platine.



QUESTION 12 :

- a) **Le micromanipulateur avec seulement deux pieds est-il toujours isostatique ? Justifiez votre réponse.**
- b) **Déduisez-en le degré de mobilité du micromanipulateur ainsi réduit.**

QUESTION 13 : Conclure sur la capacité de la structure complète (avec trois pieds) à contrôler les six degrés de liberté de l'échantillon. Justifiez votre réponse.

4 PRECISION DU MICROMANIPULATEUR

D'après la fonction de service FS1, le micromanipulateur doit positionner l'échantillon avec une précision de 5 micromètres en translation et de 10 microradians en rotation.

L'objet de cette partie est de définir la précision de commande des moteurs pour garantir le respect du cahier des charges.

4.1 Paramétrage géométrique et notations

Le système est représenté figure 3 dans une position qui sera désignée comme position de référence : tous les chariots sont à mi-course et la platine est horizontale. Les points caractéristiques et les paramètres variables correspondant à cette position sont définis avec l'indice 0. Par exemple A_{10} correspond à la position de référence du point A_1 .

$$\overrightarrow{G_1 A_1} = \mu \overrightarrow{x_{p1}} ; \overrightarrow{G_2 A_2} = \mu \overrightarrow{x_{p2}} ; \overrightarrow{G_3 A_3} = \mu \overrightarrow{x_{p3}}$$

$$\overrightarrow{O_{p0} O_p} = z_p \overrightarrow{z_0} ; \overrightarrow{O_{p0} B_{10}} = d \overrightarrow{x_1} ; \overrightarrow{O_{p0} B_{20}} = d \overrightarrow{x_2} ; \overrightarrow{O_{p0} B_{30}} = d \overrightarrow{x_3} \text{ avec } d = 25 \text{ mm}$$

$$\overrightarrow{B_1 A_1} = \ell \overrightarrow{x_{p1}} ; \overrightarrow{B_2 A_2} = \ell \overrightarrow{x_{p2}} ; \overrightarrow{B_3 A_3} = \ell \overrightarrow{x_{p3}} ; \text{ avec } \ell = 100 \text{ mm}$$

En position de référence définie figure 3, les trois pieds font un angle $\alpha = 45^\circ$ avec le plan horizontal (angle pris dans le plan contenant $A_i B_i$ et orthogonal au plan horizontal) :

$$\alpha_{10} = \alpha_{20} = \alpha_{30} = 45^\circ$$

Position de référence

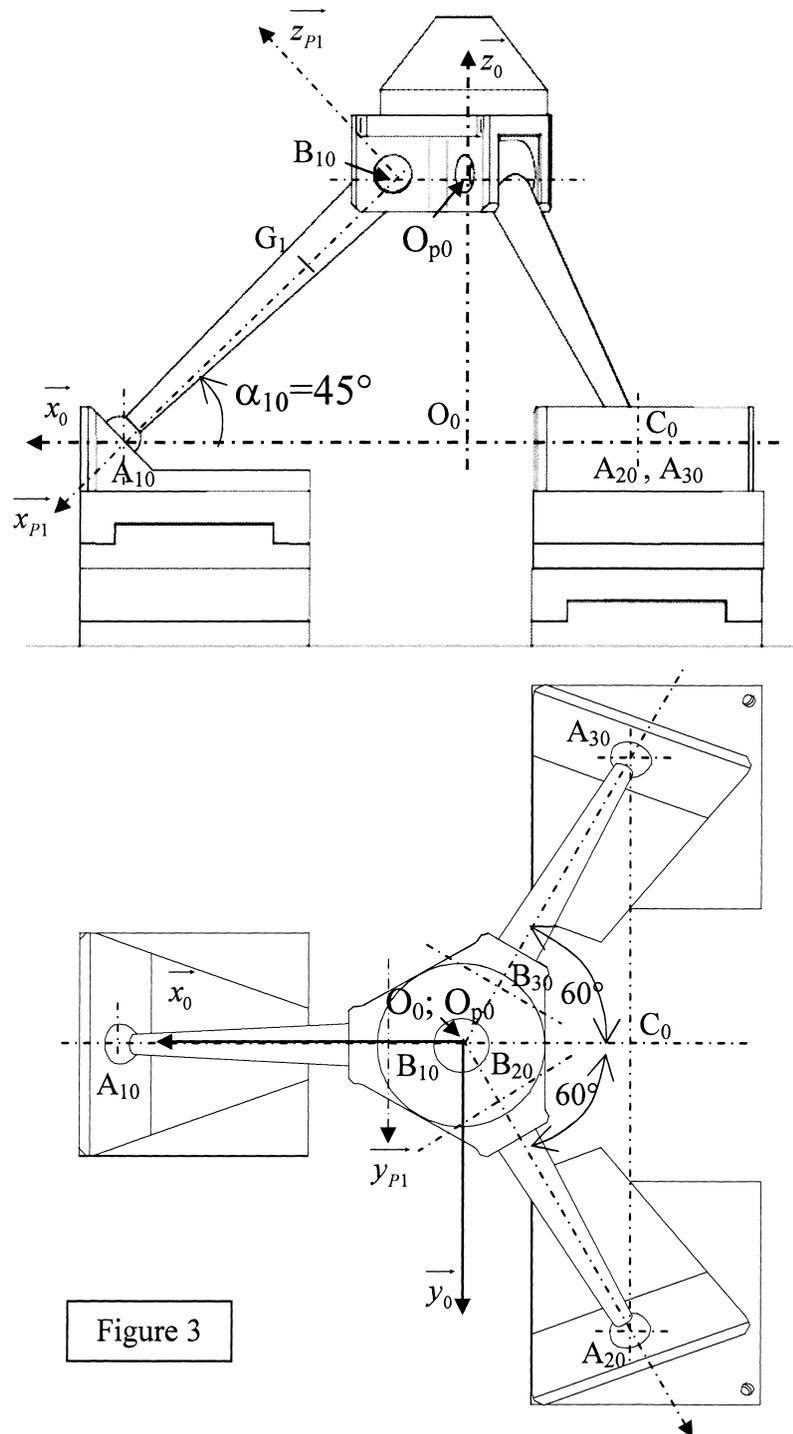


Figure 3

4.2 Lois de mouvement.

La connaissance des lois de mouvement permettra de définir la précision de déplacement de chaque unité de translation nécessaire au respect du cahier des charges.

Seules les précisions en translation verticale et horizontale et en rotation autour d'un axe horizontal et vertical seront étudiées.

4.2.1 Translations horizontales. Rotation autour de l'axe vertical \vec{z}_0 .

Une translation suivant \vec{x}_0 s'obtient par des translations égales suivant \vec{x}_0 des chariots supérieurs (X2 et X3) des pieds (2) et (3) et du chariot inférieur (X1) pour le pied (1).

Une translation suivant \vec{y}_0 s'obtient par des translations égales suivant \vec{y}_0 des chariots inférieurs (Y2 et Y3) des pieds (2) et (3) et du chariot supérieur (Y1) pour le pied (1).

Les déplacements x_i, y_i, z_p sont pris par rapport à la position de référence (figure 3).

QUESTION 14 :

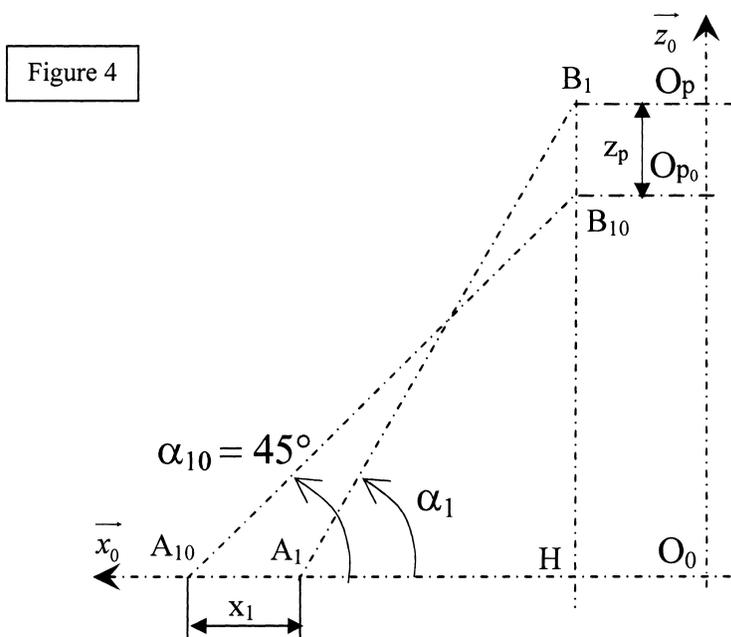
a) Déterminez la valeur maximum du déplacement δx_1 du chariot X1, situé dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$, permettant d'obtenir la précision, indiquée dans le cahier des charges, pour une translation de la platine suivant \vec{x}_0 .

b) Déterminez la valeur maximum du déplacement δy_1 du chariot Y1, se déplaçant suivant \vec{y}_0 , à partir du plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$, permettant d'obtenir la précision demandée pour une rotation de la platine autour de l'axe \vec{z}_0 .

Faites l'application numérique pour la position du chariot X1 la plus défavorable.

4.2.2 Translation verticale suivant \vec{z}_0 .

L'épure de la figure 4 propose un paramétrage simplifié pour l'étude de la translation verticale.



On note x_i le déplacement du chariot X_i et y_i le déplacement du chariot Y_i .

QUESTION 15 :

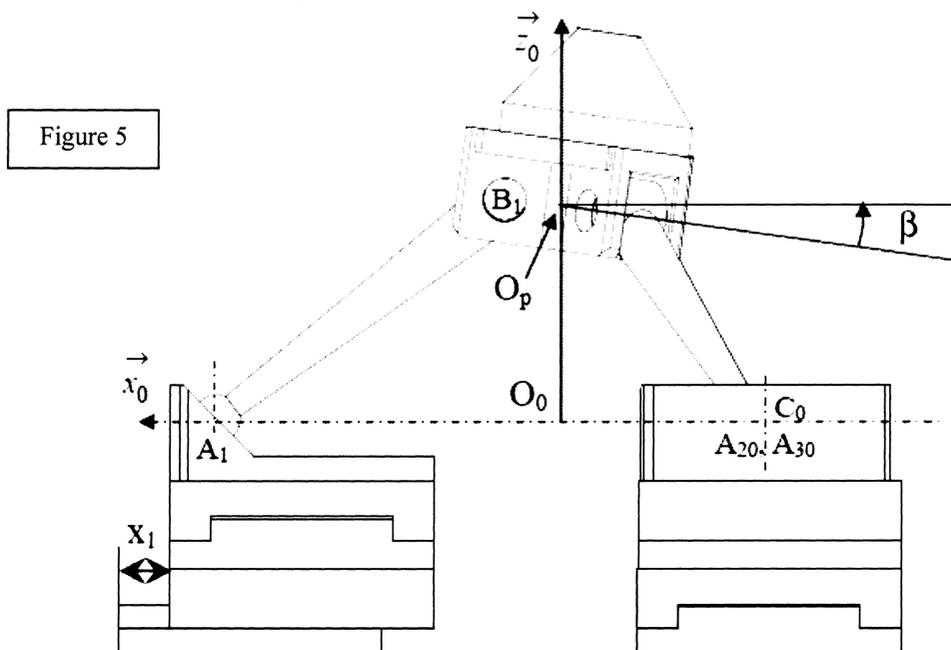
- a) **Donnez les relations liant x_2 et y_2 à x_1 pour obtenir une translation verticale de la platine. Donnez de la même façon les relations liant x_3 et y_3 à x_1 pour obtenir une translation verticale de la platine.**
- b) **En supposant que ces relations sont vérifiées et que la platine reste horizontale, montrez que l'expression de x_1 en fonction de z_p est :**

$$x_1 = \frac{\ell\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\ell^2 - \left(z_p + \frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

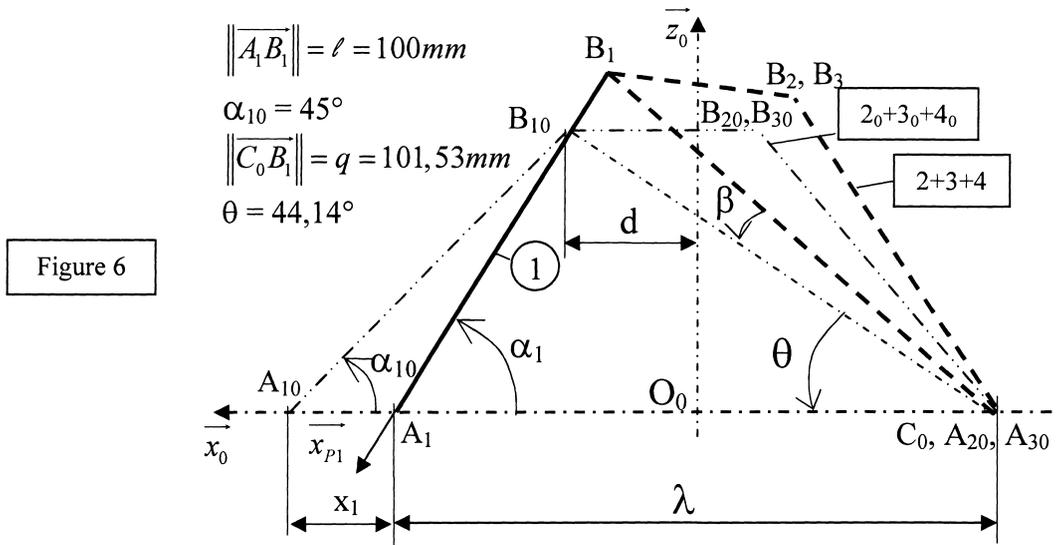
- c) **Déduisez de l'expression précédente, l'expression de δx_1 , précision du déplacement suivant \vec{x}_0 , en fonction de la précision δz_p imposée par le cahier des charges.**
Faites l'application numérique pour la position la plus défavorable (à partir de la position de référence).

4.2.3 Rotation autour de l'axe \vec{y}_0 .

- Au cours de ce déplacement il n'y a pas de mouvement relatif des pieds (2) et (3) par rapport à la platine (4) : {2, 3, 4} appartient à la même classe d'équivalence, l'ensemble de ces trois éléments pivote autour de $A_{20}A_{30}$ (figure 5).
- La position de départ est la position de référence définie figure 3 (page 9).
- Seul le chariot X_1 se déplace.



L'épure de la figure 6 propose un paramétrage simplifié du système pour l'étude de la rotation autour de l'axe (C_0, \vec{y}_0) en fonction de la translation de A_1 dans le cas général.



QUESTION 16 :

- a) A quel mécanisme le système {support + chariot X1 + (pied 1 + chariot Y1) + (2 + 3 + platine 4)} fait-il penser ?
- b) Montrez que, dans le cas général, on peut obtenir la relation suivante liant la translation de A_1 à la rotation de l'ensemble {2, 3, 4}:

$$\lambda \dot{\lambda} - q \dot{\lambda} \cos(\theta + \beta) - q \lambda \dot{\beta} \sin(\theta + \beta) = 0.$$

- c) Dédisez-en l'expression de δx_1 , précision du déplacement suivant \vec{x}_0 , en fonction de la précision angulaire $\delta \beta$ imposée par le cahier des charges. En prenant comme configuration la plus défavorable $\beta = -10^\circ$, on obtient $\lambda = 166,21 \text{ mm}$. Faites l'application numérique.

4.3 Précision du moteur pas à pas.

Chaque unité de translation est équipée d'un moteur pas à pas et d'un ensemble vis écrou à billes de pas p_v de 1 mm.

A la différence des moteurs à courant continu qui ont des mouvements où l'angle de rotation varie continûment, le moteur pas à pas est mis en rotation par incrément angulaire.

A chaque impulsion de commande, le moteur pas à pas tourne d'un angle constant correspondant à un pas. Ainsi, un moteur de 100 pas par tour tournera, à chaque impulsion, de $360/100 = 3,6^\circ$.

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on considérera que la précision de chaque unité de translation nécessaire au respect du cahier des charges est de $\delta x = 3\mu\text{m}$.

QUESTION 17 : Déterminez le nombre de pas minimum du moteur équipant les unités de translation.

4.4 Commande des moteurs.

Les moteurs utilisés sont des moteurs pas à pas de 200 pas par tour ; ce qui n'est pas suffisant pour atteindre la précision exigée.

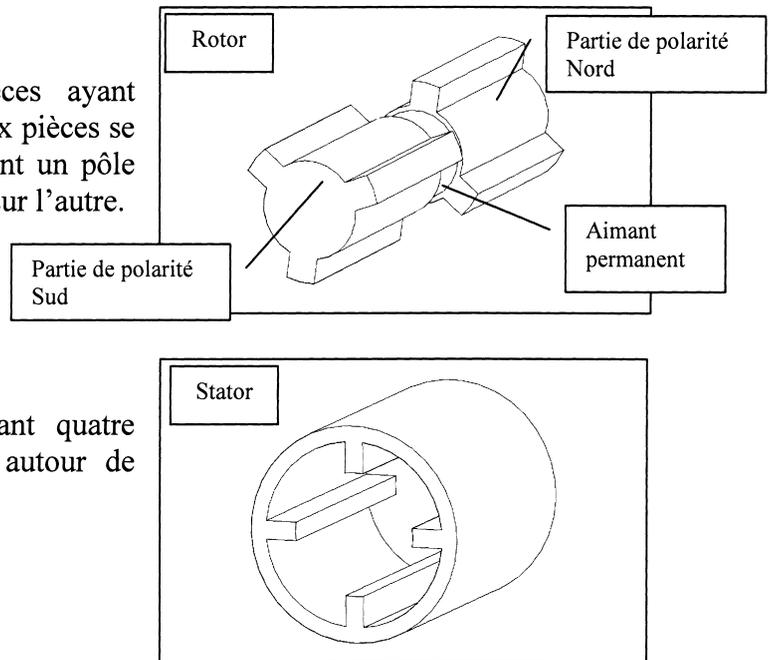
C'est donc grâce au système de commande des moteurs pas à pas que nous allons pouvoir atteindre la précision souhaitée.

4.4.1 Principe de la commande.

Le principe de fonctionnement sera expliqué ici pour un modèle simple de 12 pas par tour.

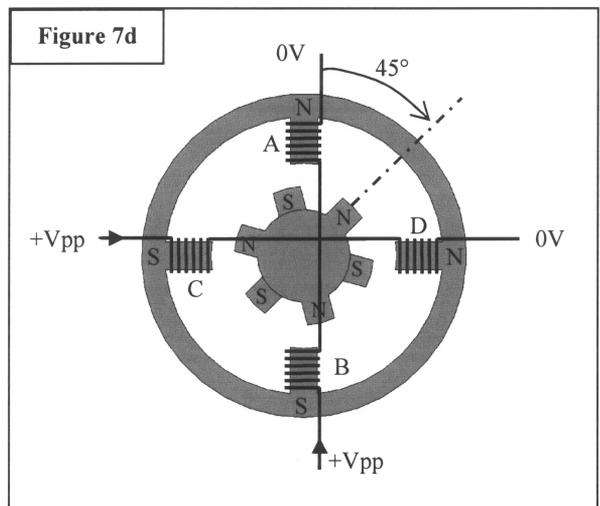
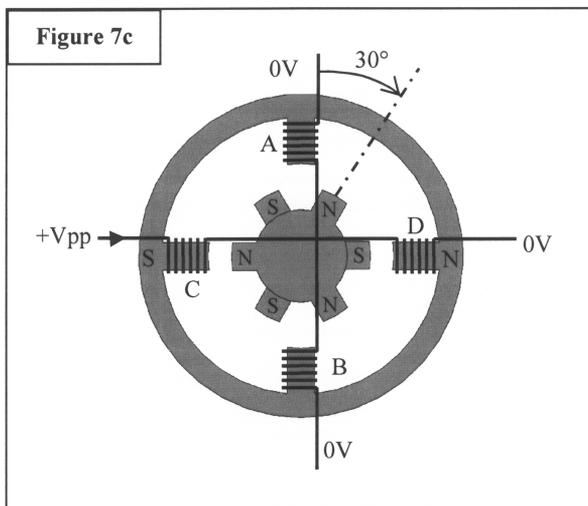
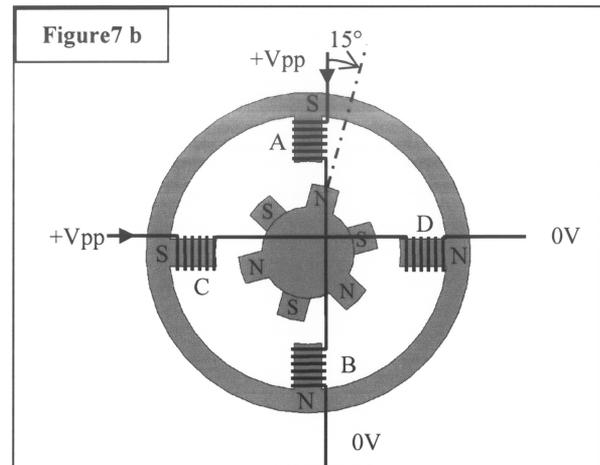
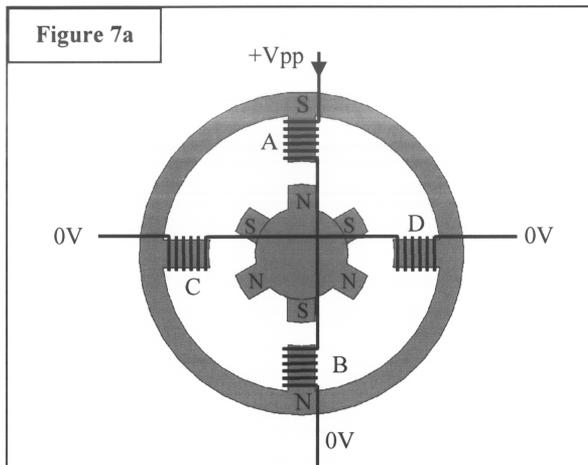
Ce moteur pas à pas est constitué de :

- Un rotor formé de deux pièces ayant chacune trois dents. Entre ces deux pièces se trouve un aimant permanent créant un pôle sud sur une pièce et un pôle nord sur l'autre.
- Un stator formé d'un tube ayant quatre dents. Un bobinage est réalisé autour de chaque dent.



Pour garantir la précision désirée, la commande choisie est une commande en demi-pas :

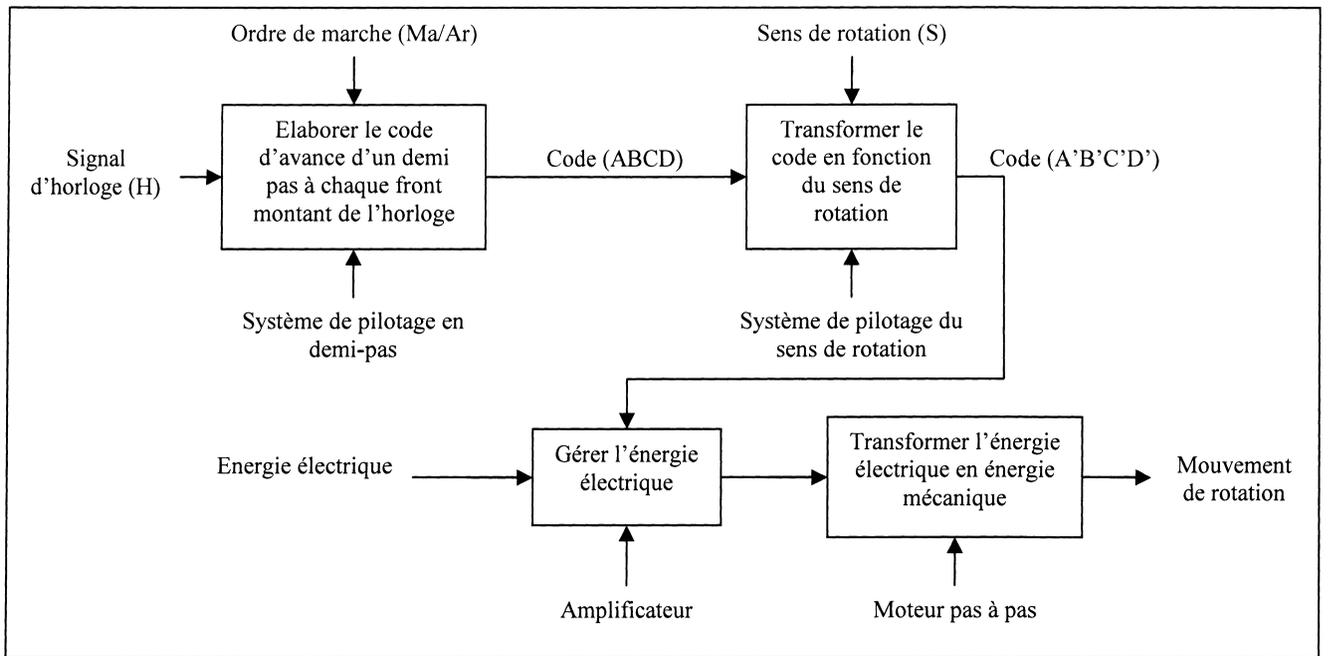
- Si le courant circule dans la paire de bobines AB du stator, le pôle résultant va attirer la dent de polarité inverse du rotor (figure 7a p14).
- En faisant circuler le courant dans les deux paires de bobines AB et CD, un second champ est créé. Le rotor trouve une nouvelle position d'équilibre et tourne alors de 15° (un demi-pas) (figure 7b p14).
- En alimentant uniquement la paire de bobines CD, le champ magnétique du rotor tournera de 90° par rapport à la figure 7a p14 et le rotor tournera donc de 30° (figure 7c p14).
- Les deux paires de bobines CD et BA étant alimentées, le rotor tournera de nouveau d'un demi pas (15°) (figure 7d p14).
- Et ainsi de suite...



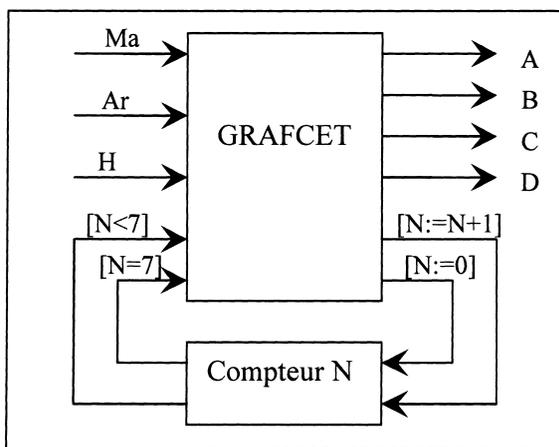
4.4.2 Commande simplifiée du moteur.

Ce moteur doit donc être commandé en alimentant successivement ses bornes A, B, C et D. On code l'alimentation des fils A, B, C, D par un bit (= 1 pour une tension $+V_{pp}$ et = 0 pour la masse).

Le système de commande en demi pas de ce moteur élabore, à partir d'un signal d'horloge (en créneau), le code ABCD sur quatre bits permettant l'alimentation du moteur et sa rotation dans le sens horaire (comme indiqué sur les figures 7a, 7b, 7c et 7d). Ce code est ensuite éventuellement transformé pour une rotation en sens trigonométrique.

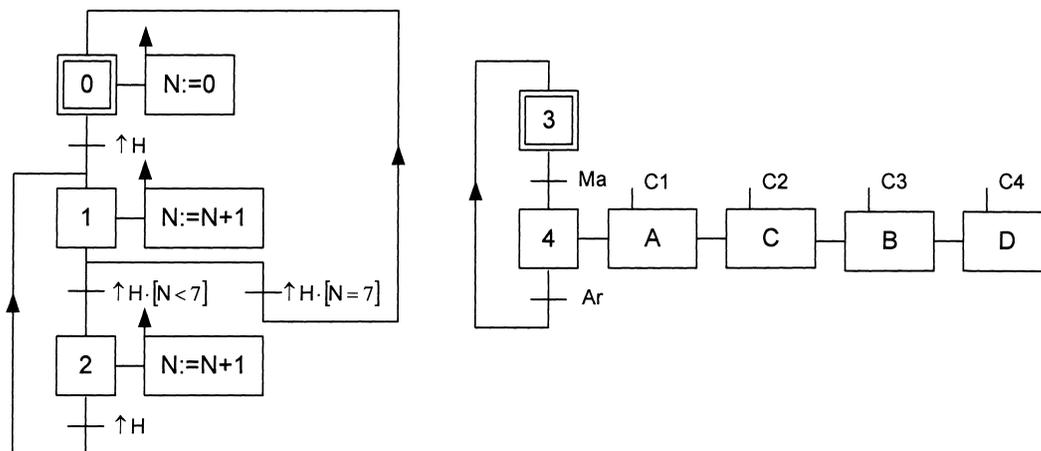


Le fonctionnement du système de pilotage en demi-pas peut être décrit, avec un compteur N externe, par le grafcet suivant :



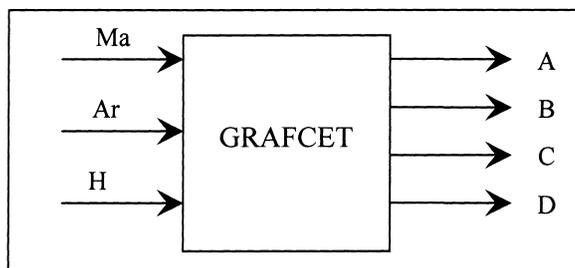
A chaque front montant de H, un code (ABCD) est élaboré suivant la séquence suivante :

N	A	B	C	D
0	1	0	0	0
1	1	0	1	0
2	0	0	1	0
3	0	1	1	0
4	0	1	0	0
5	0	1	0	1
6	0	0	0	1
7	1	0	0	1



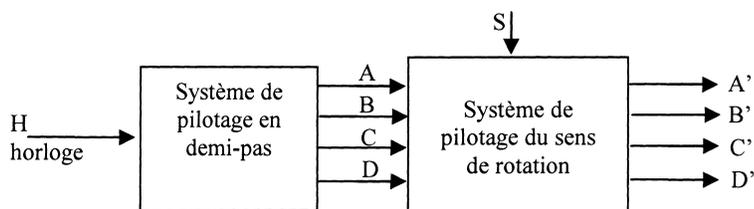
QUESTION 18 : Déterminez les équations logiques des conditions C1, C2, C3 et C4 permettant d'obtenir la séquence désirée sur les quatre bits A, B, C et D.

On propose, dans le DOCUMENT REPONSE 2, une description différente incluant le compteur N dans le grafcet.



QUESTION 19 : Sur le DOCUMENT REPONSE 2, indiquez les réceptivités associées aux transitions du grafcet GM permettant d'obtenir la même séquence que précédemment.

Le système de commande doit également tenir compte du sens de rotation désiré pour le rotor. Le sens de rotation choisi sera pris en compte par une nouvelle entrée S (S = 0 pour une rotation en sens horaire, comme précédemment ; S = 1 pour une rotation en sens trigonométrique).



QUESTION 20 :

- Complétez la table de vérité du DOCUMENT REPONSE 3 en indiquant la séquence des huit codes nécessaires sur les quatre bits A'B'C'D' pour assurer la rotation du rotor dans le sens trigonométrique.**
- Déterminez, sur le DOCUMENT REPONSE 3, les équations logiques de A', B', C', D' en fonction de A, B, C, D et S.**

4.5 Risque de perte de pas.

La vitesse de rotation du moteur pas à pas est donc directement proportionnelle à la fréquence du signal d'horloge H.

Le risque de ce genre de commande est de « perdre » un ou plusieurs pas si le rotor n'a pas le temps de tourner d'un demi pas entre deux commandes successives ; ce qui serait préjudiciable pour la précision de la commande puisque l'angle de rotation du moteur ne correspondrait plus au nombre d'impulsions d'horloge envoyées.

Le moteur utilisé possède les caractéristiques suivantes :

- Nombre de pas par tour : $N = 200$ pas/tour ;
- Inertie ramenée sur le rotor : $J_m = 0,15$ kg.cm² ;
- Couple moteur moyen : $C_m = 130$ mN.m.

On considérera le moteur au démarrage et on négligera tous les efforts résistants.

QUESTION 21 :

- a) Ecrivez l'équation différentielle permettant de calculer $\theta(t)$, l'angle de rotation du rotor.
- b) Déterminez l'expression littérale de $\theta(t)$ en faisant les hypothèses que le moteur démarre à l'arrêt dans la position $\theta = 0$ et que le couple moteur est constant et égal à C_m .

QUESTION 22 :

- a) Déterminez l'expression littérale du temps T_d nécessaire pour que le rotor tourne d'un demi-pas. Faites l'application numérique.
- b) Déduisez-en la fréquence maximum du signal d'horloge évitant une perte de pas au démarrage.

5 CAPACITE DE CHARGE DU MICROMANIPULATEUR

D'après la fonction de service FS1, le micromanipulateur doit déplacer un échantillon de un kilogramme.

L'objet de cette partie est de définir l'effort que devront fournir les moteurs pour maintenir l'échantillon dans une position mais aussi pour le déplacer.

On donne :

- l'ensemble des frottements visqueux ramenés sur l'arbre moteur correspond à un coefficient $C_{fv} = 0,05 \text{ Nm.s/rad}$;
- les frottements de glissement secs sont négligeables ;
- pas de la vis à bille : $p_v = 10^{-3} \text{ m}$;
- rendement de la vis à bille : $\eta_v = 0,98$;
- rendement du moteur : $\eta_m = 0,9$.

5.1 Maintien de l'échantillon en position

Compte tenu du rendement élevé des vis à billes, le système vis-écrou des différents chariots est réversible. Les moteurs pas à pas ne comportant pas de frein, le couple nécessaire au maintien en position de la plateforme est obtenu par application d'une tension dans les bobines du moteur. Il faut déterminer ce couple pour l'intégrer dans la commande des moteurs.

Hypothèses :

- le système est, à tout point de vue, symétrique par rapport au plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$;
- le système est dans la position de référence ;
- les liaisons sont sans frottement ;
- l'étude spatiale peut être ramenée, par projection, à deux études dans les deux plans: $(O_0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ et $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$;
- Le système étant en équilibre, la projection du système de forces dans deux plans orthogonaux permet d'utiliser les méthodes de la statique graphique successivement dans chacun de ces plans.

QUESTION 23 :

- a) Sur le DOCUMENT REPONSE 4, à partir du poids tracé en G_Σ sur (O_0, \vec{z}_0) , déterminez graphiquement l'action mécanique dans la liaison sphérique en A_1 . Commentez vos constructions.
- b) Soit $\vec{F}(1 \rightarrow X1)_{X_0} = F$, déterminez, en fonction de F , l'expression du couple C_s que le moteur du chariot $X1$ doit exercer pour que le système reste en équilibre. On rappelle que le rendement du système vis-écrou de pas p_v est η_v .

5.2 Déplacement de l'échantillon

Les unités de translation sont équipées d'un moteur qui doit être adapté aux exigences du cahier des charges. Le couple (moment de l'action mécanique) que le moteur, doit exercer sur la vis du chariot est un des éléments à déterminer.

Le cahier des charges indique une vitesse de 35 mm/s en translation, mais il n'indique pas de valeur pour l'accélération. Une petite étude préliminaire est donc nécessaire pour donner un ordre de grandeur à ce paramètre.

Les mouvements sont commandés en trapèze de vitesse, la vitesse maximum doit être atteinte au cours d'un déplacement d'une amplitude inférieure à la course. La course minimum est suivant l'axe z : 25 mm ($\pm 12,5$ mm), la valeur médiane d'un déplacement suivant z est donc de 12,5 mm.

Hypothèse : le déplacement se fait à la vitesse maximum de 35 mm/s pendant la moitié du temps nécessaire à un déplacement de 12,5 mm.

Dans le paragraphe 4.2.2 on donne : $x_1 = \frac{\ell\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\ell^2 - \left(z_p + \frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2}$,

de même : $z_p = \frac{\ell\sqrt{2}}{2} - \sqrt{\ell^2 - \left(x_1 + \frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

QUESTION 24 :

- a) Déterminez l'accélération minimale à communiquer à la platine pour respecter l'hypothèse formulée.

Quelle que soit la valeur trouvée précédemment on prendra pour la suite une accélération

$\ddot{z}_p = 0,4 \text{ m/s}^2$. Il semble raisonnable de penser que le couple maximum sera nécessaire pour une translation verticale.

- b) Déterminez l'accélération à communiquer, à partir de la position de référence, au chariot $X1$ pour obtenir $\ddot{z}_p = 0,4 \text{ m/s}^2$.

- c) Déterminez l'accélération angulaire $\dot{\omega}_m$ de l'ensemble {rotor du moteur+vis}.

Détermination de l'actionneur

Quelle que soit la valeur trouvée précédemment, on prendra pour la suite $\dot{\omega}_m = 2500 \text{ rad.s}^{-2}$

On cherche à déterminer le couple moteur $C_{m_{X1}}$ de l'axe X1 nécessaire pour piloter l'ensemble $E = \{\text{platine} + \text{porte-pièce} + \text{pièce}\}$ pour une translation verticale suivant \vec{z}_0 .

Hypothèses :

- L'énergie nécessaire au déplacement vertical de E est également répartie entre les systèmes de motorisation des trois pieds. L'objectif de l'étude est la détermination des caractéristiques du moteur de l'axe X1.
- Pour limiter les calculs on néglige l'énergie cinétique des pieds et la puissance de leur poids.

Données :

- pas de la vis à bille : $p_v = 10^{-3} \text{ m}$;
- rendement de la vis à bille : $\eta_v = 0,98$;
- Moteur : couple C_m ; vitesse de rotation ω_m ; rendement : $\eta_m = 0,9$;
- Moment d'inertie de l'ensemble {rotor du moteur + vis}, ramené sur l'arbre moteur = $I_m = 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ (estimation) ;
- l'ensemble des frottements visqueux ramenés sur l'arbre moteur correspond à un coefficient $C_{fv} = 0,05 \text{ Nm.s/rad}$;
- Les frottements de glissement secs sont négligeables ;
- Masse de l'ensemble $E_1 = \{\text{chariot X1} + \text{chariot Y1}\}$, mis en translation par l'axe X1 = $m_1 = 5 \text{ kg}$;
- Masse de l'ensemble $E = \{\text{platine} + \text{porte-pièce} + \text{pièce}\} = M = 4 \text{ kg}$.

QUESTION 25 :

- Justifiez l'utilisation du théorème de l'énergie cinétique pour résoudre le problème.**
- Énoncez le théorème de l'énergie cinétique.**

QUESTION 26 :

- Compte tenu des hypothèses, déterminez les énergies cinétiques galiléennes de l'ensemble des éléments en mouvement, en fonction de ω_m .**
- Déterminez les puissances des actions mécaniques en fonction de ω_m .**

QUESTION 27 :

- a) Donnez l'équation différentielle donnant C_m en fonction de ω_m et des différentes caractéristiques du système.
- b) Faites l'application numérique au démarrage, en montée, à partir de la position de référence et choisissez le moteur dans la liste suivante :

C_m

Size	Standard Part 200 steps/rev.	Electrical Characteristics									Mechanical Characteristics					
		Parallel Windings ⁶⁾ (4 leads)			Series Windings (4 leads)			Unipolar Connection (5 or 6 leads)			4,5) Holding Torque	5) Detent torque	Rotor Inertia	Loads		Mass
		1) I/Ph	2) R/Ph	3) L/Ph	1) I/Ph	2) R/Ph	3) L/Ph	1) I/Ph	2) R/Ph	3) L/Ph				radial	axial	
		A	Ω	mH	A	Ω	mH	A	Ω	mH	mNm	mNm	kg cm ²	N	N	kg
19	VSS 19.200.0.3	0.3	6	2.2	0.15	24	8.8	0.21	12	2.2	3.4	0.9	0.0009	3	3	0.05
	VSS 19.200.0.6	0.6	2.1	0.55	0.3	8.4	2.2	0.42	4.2	0.55						
	VSS 19.200.1.2	1.2	0.625	0.15	0.6	2.5	0.6	0.84	1.25	0.15						
25	VSS 25.200.0.3	0.3	12	6	0.15	48	24	0.21	24	6	12	2	0.002	5	5	0.08
	VSS 25.200.0.6	0.6	3.25	1.5	0.3	13	6	0.42	6.5	1.5						
	VSS 25.200.1.2	1.2	0.95	0.4	0.6	3.8	1.6	0.84	1.9	0.4						
32	VSS 32.200.0.6	0.6	4.65	5.3	0.3	18.6	21.2	0.42	9.3	5.3	45	3	0.01	5	15	0.17
	VSS 32.200.1.2	1.2	1.3	1.2	0.6	5.2	4.8	0.84	2.6	1.2						
	VSS 32.200.2.5	2.5	0.3	0.3	1.25	1.2	1.2	1.75	0.6	0.3						
32	VSS 33.200.0.6	0.6	7.5	9.3	0.3	30	37.2	0.42	15	9.3	68	3.3	0.018	5	15	0.39
	VSS 33.200.1.2	1.2	1.75	2.2	0.6	7	8.8	0.84	3.5	2.2						
	VSS 33.200.2.5	2.5	0.47	0.6	1.25	1.88	2.4	1.75	0.94	0.6						
42	VSS 42.200.0.6	0.6	7.25	11	0.3	29	44	0.42	14.5	11	130	5	0.045	20	40	0.35
	VSS 42.200.1.2	1.2	1.6	3	0.6	6.4	12	0.84	3.2	3						
	VSS 42.200.2.5	2.5	0.35	0.7	1.25	1.4	2.8	1.75	0.7	0.7						
42	VSS 43.200.0.6	0.6	9.5	22.9	0.3	38	91.6	0.42	19	22.9	235	7	0.077	20	40	0.52
	VSS 43.200.1.2	1.2	2.6	5.2	0.6	10.4	20.8	0.84	5.2	5.2						
	VSS 43.200.2.5	2.5	0.5	1.2	1.25	2	4.8	1.75	1	1.2						
52	VSS 52.200.1.2	1.2	2.65	7	0.6	10.6	28	0.84	5.3	7	405	13	0.15	25	70	0.72
	VSS 52.200.2.5	2.5	0.6	1.6	1.25	2.4	6.4	1.75	1.2	1.6						
	VSS 52.200.5	5	0.165	0.4	2.5	0.66	1.6	3.5	0.33	0.4						
56	VSS 57.200.1.2	1.2	3.9	9.5	0.6	15.6	38	0.84	7.8	9.5	630	50	0.24	40	80	0.99
	VSS 57.200.2.5	2.5	0.8	2.4	1.25	3.2	9.6	1.75	1.6	2.4						
	VSS 57.200.5.0	5	0.25	0.8	2.5	1	3.2	3.5	0.5	0.8						

Extrait du catalogue PHYTRON

6 PERFORMANCE DU MICROMANIPULATEUR

L'objet de cette partie est d'évaluer les performances du micromanipulateur pour les mouvements de rotation.

On ne s'intéressera qu'aux performances pour la rotation de l'ensemble $E = \{\text{platine 4} + \text{porte-pièce 5} + \text{pièce}\}$ autour de l'axe (O_P, \vec{z}_4)

On étudie le mouvement à partir de la position de référence (figure 3 page 9), la platine restant horizontale et à une hauteur constante.

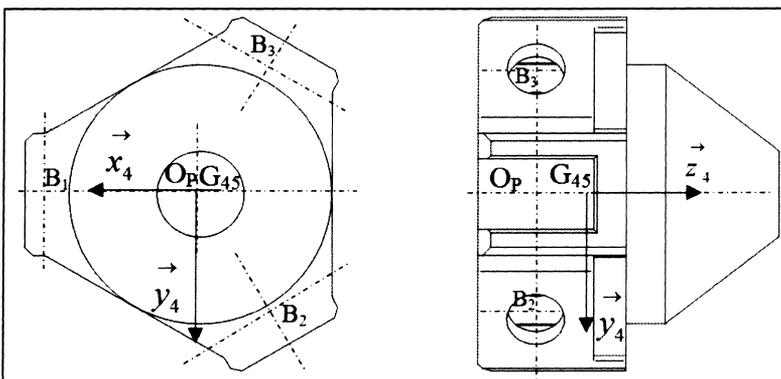
Détermination de l'inertie du système en rotation

Pied : masse $m_p = 0,3 \text{ kg}$; de matrice d'inertie :

$$\begin{bmatrix} I_{x_p} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y_p} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z_p} \end{bmatrix}_{G_p, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 \end{bmatrix}_{G_p, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p}$$

Pour simplifier les calculs on considérera que les pieds présentent une symétrie axiale par rapport à $(A_p B_p)$

et ont un moment d'inertie par rapport à $(G_i, \vec{x}_i) = 0$.



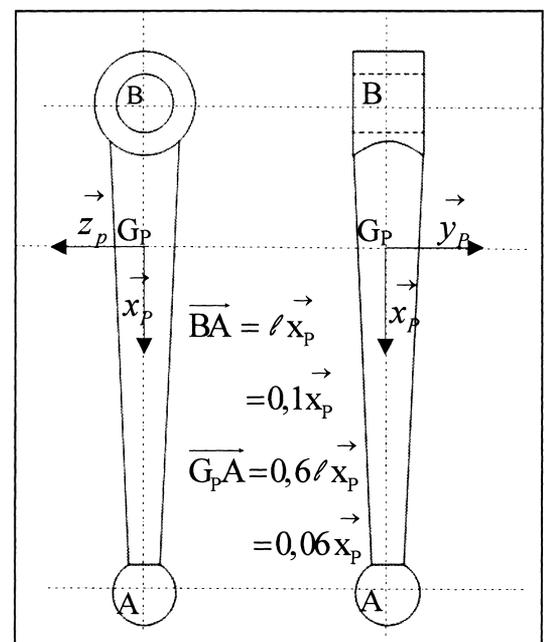
$$\|O_P B_1\| = \|O_P B_2\| = \|O_P B_3\| = d = 25 \text{ mm}$$

$$\vec{O_P G_{45}} = r \vec{z}_4$$

où G_{45} est le centre de masse de l'ensemble $E = \{\text{platine 4} + \text{porte pièce 5} + \text{pièce}\}$ qui a une masse $M_E = 3 \text{ kg}$

et une matrice d'inertie :

$$\begin{bmatrix} I_{x_{45}} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y_{45}} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z_{45}} \end{bmatrix}_{G_{45}, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4} = \begin{bmatrix} 0,004 & 0 & 0 \\ 0 & 0,004 & 0 \\ 0 & 0 & 0,004 \end{bmatrix}_{G_{45}, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4}$$



QUESTION 28 : Déterminez, dans la position de référence, l'expression du moment d'inertie I_0 de l'ensemble de solides $E' = \{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \text{pièce}\}$ par rapport à

l'axe (O_0, \vec{z}_0) , à partir des matrices de chacun de ces éléments données en leur centre d'inertie.

Détermination de l'accélération angulaire de la platine

Données et hypothèses :

- à l'instant initial et en position de référence, les torseurs d'actions mécaniques dans les trois liaisons sphériques, exprimés en A_{i0} dans les bases B_i ont des composantes égales ;
- les frottements dans les liaisons glissières et sphériques sont négligeables ;
- soit I_m le moment d'inertie de l'ensemble {rotor du moteur + vis} ;
- l'ensemble {1 + 2 + 3 + 4 + 5 + pièce} à mettre en rotation a une masse M' et un moment d'inertie I_0 par rapport à l'axe (O_0, \vec{z}_0) ;
- la masse des éléments à mettre en translation pour le chariot Y1 est m_{y1} ;
- seules actions mécaniques extérieures : les actions des moteurs, de la pesanteur et du support.

QUESTION 29 :

A partir de la position de référence, par applications successives du principe fondamental de la dynamique, déterminez la relation entre le couple de démarrage $C_{m_{Y1}}$ du moteur de l'axe Y1 et l'accélération angulaire constante $\ddot{\varphi}$ de la platine. Vous prendrez soin de détailler la démarche d'application du PFD.

Fin de l'énoncé.

