

Correction du sujet 0 CCP TSI Banc d'essais dynamiques

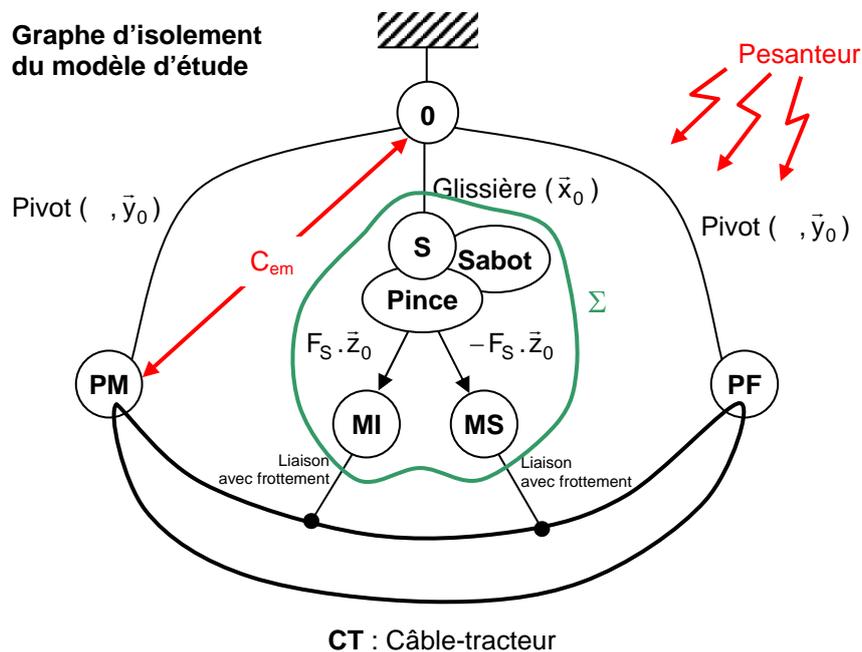
1. ANALYSE FONCTIONNELLE

1.1. A l'aide de la description donnée par le sujet, compléter le diagramme FAST fourni (**Document - Réponse DR1**).

(voir dernière page)

2. ETUDE DE LA FONCTION « SOLIDARISER TEMPORAIREMENT LE SABOT ET LE CÂBLE-TRACTEUR »

2.1. Isoler l'ensemble Σ et appliquer le théorème de la résultante dynamique selon \bar{x}_0 pour trouver la relation liant M , γ et X_A .



Isolément de Σ :

- Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME)
 - $\{T(0 \rightarrow S)\} = \left\{ \bar{R}(0 \rightarrow S); \bar{M}(G, 0 \rightarrow S) \right\}_G$ avec $\bar{R}(0 \rightarrow S) \cdot \bar{x}_0 = 0$
 - $\{T(CT \rightarrow MS + MI)\} = \left\{ \bar{R}(CT \rightarrow MS + MI); \bar{0} \right\}_A$ avec $\bar{R}(CT \rightarrow MS + MI) = X_A \cdot \bar{x}_0$
 - $\{T(Pes \rightarrow \Sigma)\} = \left\{ -M \cdot g \cdot \bar{z}_0; \bar{0} \right\}_G$
- Théorème de la résultante selon \bar{x}_0
 - $\bar{R}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma) \cdot \bar{x}_0 = M \cdot \bar{a}(G, \Sigma / 0) \cdot \bar{x}_0$

Ce qui conduit à : $X_A = M \cdot \gamma$

2.2. Isoler le mors supérieur **MS** et appliquer le théorème de la résultante dynamique selon \vec{z}_0 pour trouver une relation entre F_S , la pression de contact p , le rayon du câble-tracteur R_c et la longueur L du mors supérieur.

Isolement de **MS** :

- Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME)
 - $\{T(P \rightarrow MS)\} = \{\vec{R}(P \rightarrow MS) = -F_S \cdot \vec{z}_0; \vec{0}\}_A$ avec $F_S > 0$
 - $\{T(CT \rightarrow MS)\} = \{\vec{R}(CT \rightarrow MS); \vec{M}(A, CT \rightarrow MS)\}_A$ avec $\vec{R}(CT \rightarrow MS) = \int_S d\vec{f}(M)$
- Théorème de la résultante selon \vec{z}_0
 - $\vec{R}(\overline{MS} \rightarrow MS) \cdot \vec{z}_0 = M \cdot \vec{a}(G_{MS}, MS/0) \cdot \vec{z}_0$ avec $\vec{a}(G_{MS}, MS/0) \cdot \vec{z}_0 = 0$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}
 -F_S + \int_S d\vec{f}(M) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\
 -F_S + \int_S (df_n \vec{n} + df_x \cdot \vec{x}_0) \cdot \vec{z}_0 &= 0 \\
 -F_S + \int_S p \cdot \sin\theta \cdot dS &= 0 \\
 -F_S + p \cdot \int_S \sin\theta \cdot L \cdot R_c \cdot d\theta &= 0 \quad \text{avec } \theta \in [0; \pi]
 \end{aligned}$$

Finalement on obtient : $\boxed{-F_S + 2 \cdot R_c \cdot L \cdot p = 0}$.

2.3. Ecrire une relation entre la grandeur globale $\vec{R}(CT \rightarrow MS + MI)$ et la grandeur locale $d\vec{f}(M)$.

On peut écrire : $\boxed{\vec{R}(CT \rightarrow MS + MI) = \int_S d\vec{f}(M)}$ avec S : Surface de contact entre le câble et les deux mors.

2.4. Quelle relation peut-on écrire entre df_n et df_x à la limite du glissement ?

A la limite du glissement, on peut écrire : $\boxed{df_x = f \cdot df_n}$.

2.5. Dédire des deux questions précédentes une relation entre X_A , p , f , R_c et L .

On traduit $\vec{R}(CT \rightarrow MS + MI) \cdot \vec{x}_0 = \int_S d\vec{f}(M) \cdot \vec{x}_0$ pour faire apparaître X_A .

On obtient :

$$X_A = \int_S d\vec{f}(M) \cdot \vec{x}_0 = \int_S (df_n \vec{n} + df_x \cdot \vec{x}_0) \cdot \vec{x}_0 = \int_S df_x = \int_S f \cdot df_n = \int_S f \cdot p \cdot dS = \int_S f \cdot p \cdot R_c \cdot L \cdot d\theta \quad \text{avec } \theta \in [0; 2\pi].$$

Ce qui donne finalement : $\boxed{X_A = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot p \cdot R_c \cdot L}$.

2.6. Dédire une relation entre F_S , M , f et γ .

En utilisant les questions 2.1., 2.2. et 2.5., on trouve : $\boxed{\pi \cdot f \cdot F_S = M \cdot \gamma}$.

2.7. Quel doit être la valeur de l'effort de serrage F_S pour éviter tout glissement entre le câble-tracteur et les mors de la pince si le mobile à une masse M de 2345 kg et que le coefficient de frottement f entre le câble-tracteur et les mors est de 0,1 (acier/acier) ?

Pour éviter le glissement pendant la phase d'accélération, il faut vérifier : $\boxed{F_S \geq \frac{M \cdot \gamma}{\pi \cdot f}}$ AN: $\boxed{F_S \geq 37322 \text{ N}}$.

2.8. Peut-on alors garantir le non glissement entre le câble et les mors de la pince ?

On ne peut pas garantir le non glissement entre le câble et les mors de la pince.

2.9. Pourquoi les demi coquilles sont-elles réalisées dans un alliage d'aluminium ?

Montrer que la pression de matage admissible par l'aluminium n'est pas dépassée.

Les demi coquilles sont réalisées dans un alliage d'aluminium car ceci permet de diminuer l'effort de serrage minimum nécessaire pour assurer le non glissement entre le câble et les mors de la pince.

$F_S \geq 18661 \text{ N}$ avec un coefficient de frottement aluminium sur acier : $f = 0,2$.

La pression au contact câble/mors s'exprime par : $p = \frac{F_S}{2 \cdot R_C \cdot L}$ AN: $p \approx 14 \text{ MPa}$ avec $F_S = 2000 \text{ daN}$.

La pression admissible de matage n'est donc pas atteinte.

2.10. Le dispositif ainsi conçu permet-il de modifier la valeur de l'effort de serrage ? Pourquoi ?

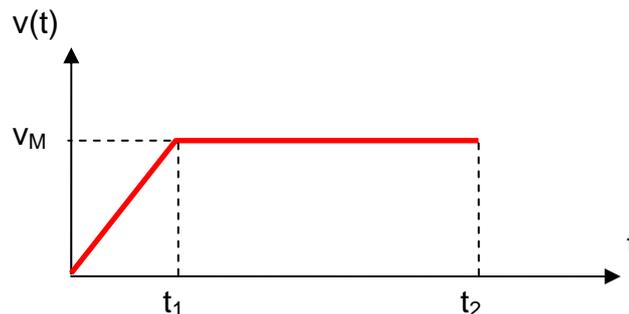
Non car il faudrait pouvoir faire varier au moins un entraxe sur le dispositif (ex : CD).

2.11. Réaliser, à main levée, un ou des croquis permettant de définir sans ambiguïté l'organisation de la nouvelle solution.

Solution non fournie pour des raisons de confidentialité (solution du concepteur de la catapulte).

3. ETUDE DE LA FONCTION « ACCELERER LE MOBILE »

3.1. Représenter le graphe des vitesses algébriques $v(t)$ pendant les deux phases de la mise en mouvement du véhicule de transport ($t \in [0 ; t_2]$) dans un repère $(t, v(t))$.



3.2. Ecrire le torseur cinématique en G du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 $\{V(S/0)\}_G$ dans la base B_0 du repère R_0 .

Le torseur cinématique en G du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 s'écrit : $\{V(S/0)\}_G = \{\vec{0} ; v(t) \cdot \vec{x}_0\}_G$

3.3. Ecrire le torseur cinétique en G du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 $\{C(S/0)\}_G$ dans la base B_0 du repère R_0 .

Le torseur cinétique en G du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 s'écrit : $\{C(S/0)\}_G = \{M \cdot v(t) \cdot \vec{x}_0 ; \vec{0}\}_G$

3.4. En déduire l'énergie cinétique $T(S/R_0)$ du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 .

L'énergie cinétique du mobile \mathbf{S} par rapport à R_0 est :

$$T(S/0) = \frac{1}{2} \cdot \{C(S/0)\}_G \cdot \{V(S/0)\}_G = \frac{1}{2} \cdot \{M \cdot v(t) \cdot \vec{x}_0 ; \vec{0}\}_G \cdot \{\vec{0} ; v(t) \cdot \vec{x}_0\}_G = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2(t)$$

3.5. Pourquoi la matrice d'inertie de la poulie est-elle diagonale ?

La matrice d'inertie de la poulie est diagonale car la poulie possède des symétries matérielles : Plan (O, x, z) et Plan (O, y, z) .

3.6. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique $T(P/O)$ d'une poulie par rapport au référentiel galiléen R_0 en fonction de $\dot{\theta}(t)$ et d'un des termes diagonaux de la matrice d'inertie $[I_A(P)]$.

L'énergie cinétique d'une poulie par rapport au référentiel galiléen R_0 est : $T(P/O) = \frac{1}{2} \cdot J_{yy} \cdot \dot{\theta}^2(t)$

3.7. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique $T(AM/O)$ de l'arbre moteur **AM** en fonction de J_m et $\dot{\theta}(t)$.

L'énergie cinétique de l'arbre moteur **AM** par rapport au référentiel galiléen R_0 est : $T(P/O) = \frac{1}{2} \cdot J_m \cdot \dot{\theta}^2(t)$

3.8. En déduire l'énergie cinétique totale $T(E/O)$ de l'ensemble $E = \{\text{mobile } \mathbf{S} + \text{poulie motrice } \mathbf{PM} + \text{poulie folle } \mathbf{PF} + \text{arbre moteur } \mathbf{AM}\}$.

L'énergie cinétique totale de l'ensemble $E = \{\text{mobile } \mathbf{S} + \text{poulie motrice } \mathbf{PM} + \text{poulie folle } \mathbf{PF} + \text{arbre moteur } \mathbf{AM}\}$ par rapport au référentiel galiléen R_0 est donc :

$$T(E/O) = \sum_i T(i/O) = \frac{1}{2} \cdot [J_m + 2 \cdot J_{yy}] \cdot \dot{\theta}^2(t) + M \cdot v^2(t)$$

3.9. Ecrire la relation traduisant le roulement sans glissement en J du câble-tracteur **CT** sur la poulie **P** et en déduire une relation entre $v(t)$, $\dot{\theta}(t)$ et R .

La condition de roulement sans glissement en J du câble-tracteur **CT** sur la poulie **P** s'écrit :

$$\vec{V}(J, CT/P) = \vec{0} = \vec{V}(J, CT/O) - \vec{V}(J, P/O) = v(t) \cdot \vec{x}_0 - [\vec{V}(A, P/O) + \vec{J}\vec{A} \wedge \vec{\Omega}(P/O)] = v(t) \cdot \vec{x}_0 - R \cdot \dot{\theta}(t) \cdot \vec{x}_0$$

D'où : $v(t) = R \cdot \dot{\theta}(t)$

3.10. Exprimer l'inertie équivalente J_{equ} ramenée sur l'arbre moteur en fonction de M , R , J_{yy} et J_m .

L'énergie cinétique totale de l'ensemble E s'exprime alors par : $T(E/O) = \frac{1}{2} \cdot [J_m + 2 \cdot J_{yy} + M \cdot R^2] \cdot \dot{\theta}^2(t)$

L'inertie équivalente J_{equ} ramenée sur l'arbre moteur est donc : $J_{\text{equ}} = J_m + 2 \cdot J_{yy} + M \cdot R^2$

3.11. En utilisant le document **Annexes - Document 1**, donner la valeur de J_{yy} .

Le document **Annexes - Document 1** permet d'écrire que : $J_{yy} = I_{xx} = 19,59 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

3.12. Calculer J_{equ} si $M=2345 \text{ kg}$, $R=505 \text{ mm}$, $J_m=2,96 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

L'application numérique donne : $J_{\text{equ}} = 640 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

3.13. Appliquer le Théorème de l'Energie Cinétique à l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0 pour exprimer le couple moteur C_{em} en fonction de l'inertie équivalente J_{equ} et de $\ddot{\theta}(t)$ (dérivée de $\dot{\theta}(t)$ par rapport au temps).

Isolement de E :

- Bilan des puissances

Puissances extérieures	Puissances intérieures
$P(\text{Pes} \rightarrow E/O) = 0$ $P(\text{CEM}:0 \rightarrow \text{AM}/O) = C_{\text{em}} \cdot \dot{\theta}(t)$ $P(0 \rightarrow E/O) = 0$ $P(0 \rightarrow \text{AM}/O) = 0$	$\sum P(i \leftrightarrow j) = 0$ liaisons parfaites

- Théorème de l'énergie cinétique à E :

$$\frac{d}{dt} T(E/O) = \sum P(\vec{E} \rightarrow E) + \sum_{i \neq j} P(i \leftrightarrow j) \quad \text{avec } T(E/O) = \frac{1}{2} \cdot J_{\text{equ}} \cdot \dot{\theta}^2(t)$$

D'où : $C_{\text{em}} = J_{\text{equ}} \cdot \ddot{\theta}(t)$

3.14. Ecrire les lois de mouvement du mobile $x(t)$ et $v(t)$ pendant la phase d'accélération ($t \in [0 ; t_1]$) en tenant compte des conditions initiales.

Pendant la phase d'accélération :

- $a(t) = \gamma = \text{cte}$
- $v(t) = \gamma \cdot t + v_0$
- $x(t) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0$

Avec les conditions initiales, $v(0) = 0 = v_0$ et $x(0) = 0 = x_0$, on obtient : $v(t) = \gamma \cdot t$ et $x(t) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2$.

3.15. Exprimer l'accélération γ en fonction de x_M et v_M .

A $t = t_1$: $v(t_1) = v_M = \gamma \cdot t_1$ et $x(t_1) = x_M = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t_1^2$ d'où en éliminant t_1 : $\gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_M^2}{x_M}$.

3.16. Utiliser la réponse à la question 3.9. pour exprimer C_{em} en fonction de x_M , v_M , J_{equ} et R .

Quelle doit être la valeur du couple moteur C_{em} pour que le mobile atteigne la vitesse stabilisée souhaitée sur les 50 premiers mètres de la course de lancement ?

La réponse à la question 3.9. permet d'écrire : $\dot{v}(t) = \gamma = R \cdot \ddot{\theta}(t)$.

Grâce à $C_{em} = J_{equ} \cdot \ddot{\theta}(t)$ (question 3.13.) et à $x(t) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2$ (question 3.14.), on peut écrire :

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R \cdot C_{em}}{J_{equ}} \right) \cdot t^2.$$

A $t = t_1$: $x(t_1) = x_M = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R \cdot C_{em}}{J_{equ}} \right) \cdot t_1^2$ et $v(t_1) = v_M = \gamma \cdot t_1$.

D'où $x(t_1) = x_M = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R \cdot C_{em}}{J_{equ}} \right) \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R \cdot C_{em}}{J_{equ}} \right) \cdot \left(\frac{v_M}{\gamma} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R \cdot C_{em}}{J_{equ}} \right) \cdot \left(\frac{v_M \cdot J_{equ}}{R \cdot C_{em}} \right)^2$.

Finalement $x_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{equ}}{R \cdot C_{em}} \cdot v_M^2$ donne $C_{em} = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_{equ}}{R \cdot x_M} \cdot v_M^2$ **AN** : $C_{em} = 3518 \text{ N.m}$.

3.17. Calculer alors la vitesse de rotation stabilisée en tr/min de l'arbre moteur en prise directe avec la poulie motrice.

La vitesse de rotation stabilisée s'obtient grâce à : $v_M = R \cdot \dot{\theta}_M = R \cdot \omega_M$.

Donc $\omega_M = \frac{v_M}{R}$ **AN** : $\omega_M = 33 \text{ rad/s} = 315 \text{ tr/min}$.

3.18. Quelle précaution doit-on prendre du fait que le moteur est utilisé bien en dessous de sa vitesse nominale ?

Le moteur utilisé présente une vitesse nominale de rotation de 1140 tr/mn. Une faible partie de sa plage de vitesse est donc utilisée (315 tr/mn), la ventilation propre du moteur n'est pas optimale. Pour éviter un échauffement excessif du moteur, une ventilation autonome est peut-être à prévoir après une étude thermique plus approfondie.

3.19. Préciser les quadrants de fonctionnement du convertisseur statique. Correspondent-ils aux besoins de l'application ?

Le couple est bidirectionnel, la vitesse est unidirectionnelle. Le convertisseur fonctionne dans les quatre quadrants électriques. Il convient naturellement.

3.20. Indiquer, à l'aide d'un schéma, une structure de convertisseur statique pouvant être utilisée pour cette application.

Hacheur en H avec représentation des interrupteurs ou des composants. Eventuellement double redresseur commandé tête-bêche.

3.21. A l'aide de la documentation technique de la machine à courant continu donnée en annexe (**document 8**) déterminer la valeur de la constante de couple K de la machine.

Sur document 8 : $n_n = 1140 \text{ tr/mn}$; $I_n = 612 \text{ A}$; $R_a = 38 \text{ m}\Omega$.

$$U_n = K \Omega_n + R_a I_n \Rightarrow K = 3,49 \text{ Vs/rad.}$$

3.22. En partant de l'hypothèse que i est une grandeur périodique, indiquer la valeur de la tension moyenne aux bornes de l'inductance L_s .

$$i \text{ périodique} \Rightarrow \langle u_{L_s} \rangle = 0.$$

3.23. Montrer alors, en le justifiant, que dans le domaine de Laplace $U_a = K_V \cdot U_c$ avec $U_c = \mathcal{L}(u_c)$.

En temporel $\langle u_v \rangle = \langle u_{L_s} \rangle + \langle u_a \rangle$; $\langle u_{L_s} \rangle = 0$ dans le domaine de Laplace $U_v = U_a \Rightarrow \boxed{U_a = K_V \cdot U_c}$

3.24. Indiquer quelle est la grandeur mécanique qui est asservie en fonction de la valeur binaire de b_{21} . Justifiez ce choix de pilotage.

$B_{21} = 0$ asservissement de courant, contrôle du couple, donc de l'accélération,
 $B_{21} = 1$ asservissement de vitesse pour la phase à vitesse constante.

Ce pilotage permet de traiter les deux premières phases de fonctionnement du système lors du tir.

3.25. Donner, en justifiant votre réponse, l'expression de I^*_1 que doit prendre la tension I^* en fonction du couple accélérateur souhaité en régime établi : $I^*_1 = f(C_{a1}, K_i, K)$.

En utilisant le schéma fonctionnel, en régime établi les erreurs sont nulles on a donc $\boxed{\varepsilon_c = 0} \Rightarrow I^* = K_i \cdot I$ or

$$K I = C_{em} \Rightarrow \boxed{I^* = \frac{K_i \cdot C_{a1}}{K}}$$

3.26. Donner, en justifiant votre réponse, l'expression de Ω^*_1 que doit prendre la tension Ω^* en fonction de la pulsation de rotation souhaitée en régime établi : $\Omega^*_1 = f(\Omega_1, K_g)$.

De la même façon que précédemment : $\boxed{\Omega^*_1 = K_g \cdot \Omega_1}$.

3.27. Déterminer les valeurs numériques de réglages du variateur (I^*_1 et Ω^*_1) permettant d'appliquer un couple de 3500Nm avant d'obtenir une vitesse de 60 km/h sachant que le rayon de la poulie motrice est de 505mm.

$$\boxed{I^* = \frac{0,01 \times 3500}{3,49} = 10 \text{ V}} \quad \boxed{\Omega^*_1 = 0,01 \times 33 = 2,64 \text{ V}}$$

- 3.28. Ecrire les différentes équations électriques, mécaniques et électromécaniques relatives au modèle équivalent de la machine à courant continu incluant l'inductance globale L , la résistance d'induit R_a ainsi que la force contre-électromotrice induite.

$$\begin{cases} E + (R_a + L_p)I = U_a \\ E = K\dot{\theta} \\ C_{em} = KI \\ C_{em} - C_r = J_{eq} \frac{d\dot{\theta}}{dt} \end{cases}$$

- 3.29. Dédurre l'écriture symbolique dans le formalisme de Laplace des quatre équations établies lors de la question précédente.

$$\begin{cases} E + (R_a + L_p)I = U_a \\ E = K\Omega \\ \Gamma_{em} = KI \\ \Gamma_{em} - \Gamma_r = J_{eq}p\Omega \end{cases}$$

- 3.30. Donner l'expression littérale des fonctions de transfert (en respectant les notations proposées) : $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$ intervenants dans la modélisation de la machine à courant continu associée à sa charge mécanique purement inertielle.

$$\begin{cases} H_1 = \frac{1}{R_a + Lp} \\ H_2 = K \\ H_3 = \frac{1}{J_{eq}p} \end{cases}$$

- 3.31. Déterminer l'expression de la transmittance $M_1(p) = \frac{I(p)}{U_a(p)}$ en fonction de H_1 , H_2 et H_3 puis des paramètres

du système sous la forme $M_1(p) = \frac{I(p)}{U_a(p)} = \frac{K_1 p}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$ avec $T_e \ll T_m$.

$$M_1(p) = \frac{H_1}{1 + H_1 H_2^2 H_3}$$

$$M_1(p) = \frac{\frac{J_{eq}}{K^2} p}{1 + \frac{R_a J_{eq}}{K^2} p + \frac{L J_{eq}}{K^2} p^2} = \frac{K_1 p}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} = \frac{K_1 p}{1 + (T_m + T_e)p + T_m T_e p^2} \approx \frac{K_1 p}{1 + T_m p + T_m T_e p^2}$$

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{J_{eq}}{K^2} = \frac{640}{3,49^2} = 52,5 \text{ As/V} \\ T_m &= \frac{R_a J_{eq}}{K^2} = \frac{0,038 \times 640}{3,49^2} = 2 \text{ s} \\ T_e &= \frac{L}{R_a} = \frac{2,21 \times 10^{-3}}{0,038} = 58,2 \text{ ms} \end{aligned}$$

- 3.32. Déterminer l'expression de la transmittance $B_c(p) = \frac{I(p)}{I^*(p)}$.

$$B_c(p) = \frac{I(p)}{I^*(p)} = \frac{\frac{K_1 K_2 K_V}{T_m + K_1 K_2 K_V K_i}}{1 + \frac{T_m T_e}{T_m + K_1 K_2 K_V K_i} p}$$

3.33. Montrer qu'il s'agit d'une transmittance du premier ordre. Déterminer la valeur numérique de la constante de temps. Tracer alors le graphe de la réponse à un échelon de consigne pour $I^* = 9,5 \text{ V}$.

Il s'agit d'une fonction du premier ordre dont la constante de temps est :

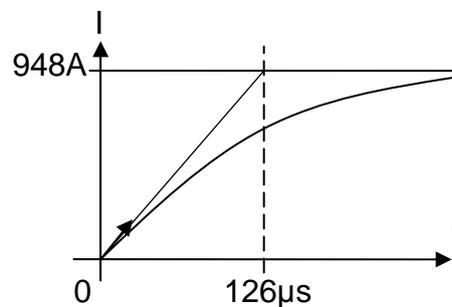
$$\tau = \frac{T_m T_e}{T_m + K_1 K_2 K_V K_i} = \frac{2 \times 58,2 \times 10^{-3}}{2 + 52,5 \times 4 \times 440 \times 0,01} = 126 \mu\text{s}$$

Lors d'une réponse à l'échelon, le théorème de la valeur finale donne :

$$I_{\text{final}} = \frac{K_1 K_2 K_V}{T_m + K_1 K_2 K_V K_i} I^* = \frac{52,5 \times 4 \times 440}{2 + 52,5 \times 4 \times 440 \times 0,01} I^* = 99,8 \times I^*$$

(l'erreur statique est de 2%)

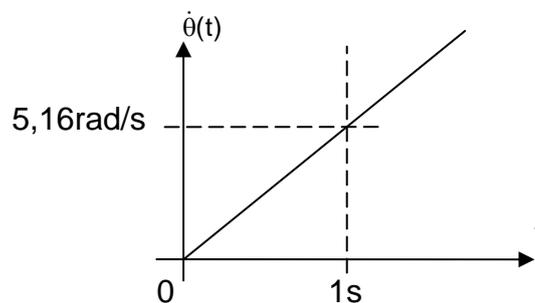
On a donc $I_{\text{final}} = 99,8 \times 9,5 = 948 \text{ A}$



3.34. En déduire et tracer l'allure de $\hat{\theta}(t)$

Le couple moteur s'établit quasiment instantanément $5\tau \approx 600 \mu\text{s} \ll T_m$ la poulie motrice se voit appliquer instantanément un couple constant de $I_{\text{final}} \cdot K = 948 \cdot 3,49 = 3308 \text{ Nm}$. Soit une accélération angulaire constante

$$\ddot{\theta}(t) \approx \frac{C_{em}}{J_{eq}} = \frac{3308}{640} = 5,16 \text{ rads}^{-2}$$



4. REALISATION DE LA FONCTION « CONTROLER LA VITESSE MOYENNE »

4.1. Quelle est la technologie du capteur de vitesse utilisée ? Quelle est la relation qui lie $u_g(t)$ à $\omega(t)$?

Il s'agit d'une génératrice tachymétrique : $u_g(t) = K_g \cdot \omega(t)$

4.2. Quel est le rôle du filtre passe-bas dans cette application ? Pourquoi est-il nécessaire ?

Il s'agit d'un filtre anti-repliement qui permet de limiter la bande passante du signal mesuré. En effet, pour qu'un signal ne soit pas perturbé par l'échantillonnage, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure au double de la plus haute fréquence contenue dans le signal. Cette fréquence limite s'appelle la fréquence de Nyquist. En fait, il s'agit de respecter le théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shannon.

4.3. Déterminer la valeur de $U_g(t)$ lorsque le mobile évolue à 60 km/h.

$$R = 0,505\text{m} \quad K_g = 0,08 \text{ Vs/rad} \quad U_g = \frac{K_g V}{R} = \frac{0,08 \times 60000}{0,505 \times 3600} = 2,64\text{V} .$$

4.4. Exprimer $q = f(V_{ref}, n)$.

$$\text{Par définition } q = \frac{V_{ref}}{2^n - 1} .$$

4.5. Déterminer la valeur maximale de q pour respecter le cahier des charges.

$$q < \frac{2,64}{60} = 0,044\text{V} .$$

4.6. Montrer qu'un convertisseur 8 bits convient si $V_{ref} = 10\text{V}$.

$$2^n = \frac{V_{ref}}{q} + 1$$

$$n \ln(2) = \ln\left(\frac{V_{ref}}{q_{max}} + 1\right)$$

$$n_{min} = 7,83 \Rightarrow \text{Entier supérieur le plus proche} \rightarrow 8$$

4.7. Indiquer alors dans ce cas la valeur numérique transmise par le CAN au microcontrôleur quand le mobile évolue à 60 km/h.

$$\text{Si } n=8 \quad q = \frac{10}{2^8 - 1} = 0,0392\text{V} \quad N = \text{Ent}\left(\frac{2,64}{q}\right) = 67$$

4.8. A l'aide du document annexe (**document 9**) établir la trame MODBUS complète que doit transmettre l'automate au variateur pour fixer la consigne de vitesse à 60 km/h.

Il faut écrire 67 soit 43_H dans le registre 9C43_H de l'esclave 05_H :

Soit la trame 05 06 9C 43 00 43 D3

Calcul du LRC :

$$05 + 06 + 9C + 43 + 00 + 43 = 12D$$

Modulo 256 : 2D

$$C_2(2D) = D3$$

4.9. Montrer que $m = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$ et que $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$.

$$V_A = \frac{\frac{V_E}{R} + \frac{V_S}{R} + V_S C_2 p}{\frac{2}{R} + C_2 p} ; \quad V_S = \frac{V_A}{1 + RC_1 p} ; \quad (1 + RC_1 p)V_S = V_A$$

$$\frac{V_s}{V_E} = \frac{1}{1 + 2RC_1p + R^2C_1C_2p^2} \text{ par identification } m = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \text{ et que } \omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$$

4.10. Déterminer l'expression de la fréquence de coupure à -3dB de ce filtre lorsque $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$f_c = f_0 \text{ pour } m = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

4.11. Choisir les composants R, C₁ et C₂ dans la série E12 pour répondre au cahier des charges

Exemple :

$$\underline{C_1 = 15\text{nF} ; C_2 = 6,8\text{nF} ; R = 470 \text{ k}\Omega.}$$

Document – Réponse DR1
Diagramme FAST partiel

