

Les calculatrices sont interdites.

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Le sujet comporte 13 pages, les annexes 7 pages et le document-réponses 6 pages.
Toute documentation autre que celle fournie est interdite.

Etude d'un ascenseur

I. Mise en situation

Les ascenseurs se distinguent, entre autres, par le type de traction utilisé pour déplacer la cabine :

- Déplacement **par treuil** : Une poulie de traction est actionnée par un moto-réducteur. Elle entraîne des câbles dont une extrémité est fixée à la cabine d'ascenseur et l'autre à un contrepoids.
- Déplacement **hydraulique** (la cabine se déplace à l'aide d'un vérin).

Pour assurer la sécurité du transport, les appareils destinés à l'usage de personnes sont soumis à des normes édictées par les arrêtés des pays concernés et à des directives et normes édictées par la Commission Européenne (Normes CE). Ces normes très strictes visent principalement à assurer la sécurité des utilisateurs, notamment en imposant des **limiteurs de vitesse mécanique** ainsi que des **dispositifs de blocage en cas de chute**.

L'objet de notre étude est de vérifier certaines performances du cahier des charges d'un ascenseur. Une vue d'ensemble d'un ascenseur à treuil est donnée dans l'annexe 1.

II. Présentation du système

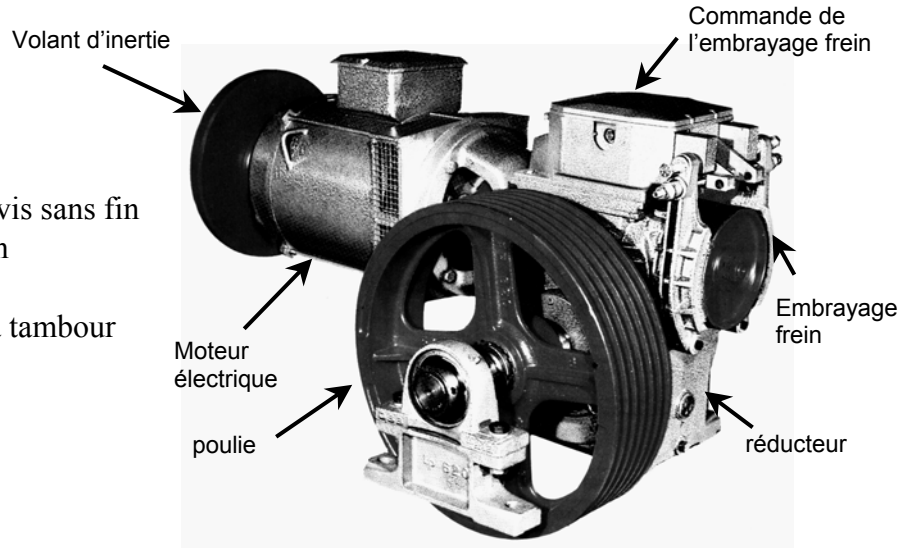
L'analyse SADT est donnée dans l'annexe 2.
La lecture attentive de ces diagrammes n'est pas nécessaire.

Tournez la page S.V.P.

III. Etude de la fonction A3 : « Recevoir et déplacer les charges »

Le treuil est constitué :

- D'un moteur électrique
- D'un réducteur roue et vis sans fin
- D'une poulie de traction
- D'un volant d'inertie
- D'un embrayage frein à tambour



Données de l'étude :

- masse de la cabine avec sa charge maxi : $m_c = 1000 \text{ kg}$
- masse du contrepoids : $m_p = 800 \text{ kg}$

- **moteur :**

- puissance mécanique nominale : $P_m = 4,7 \text{ kW}$
- couple moteur (supposé constant) : $C_m = 30 \text{ Nm}$
- vitesse de rotation en charge : $\omega_m = 1500 \text{ tr/min}$

- **réducteur + poulie :**

- rapport de réduction du réducteur : $\lambda = 1/50$
- diamètre de la poulie : d_p
- rendement de l'ensemble réducteur + poulie : η
- hypothèse : pas de glissement du câble sur la poulie

- **moment d'inertie :**

- poulie + roue du réducteur + axe : I_{pr}
- rotor + vis du réducteur + tambour du frein : I_m
- volant d'inertie : I_v

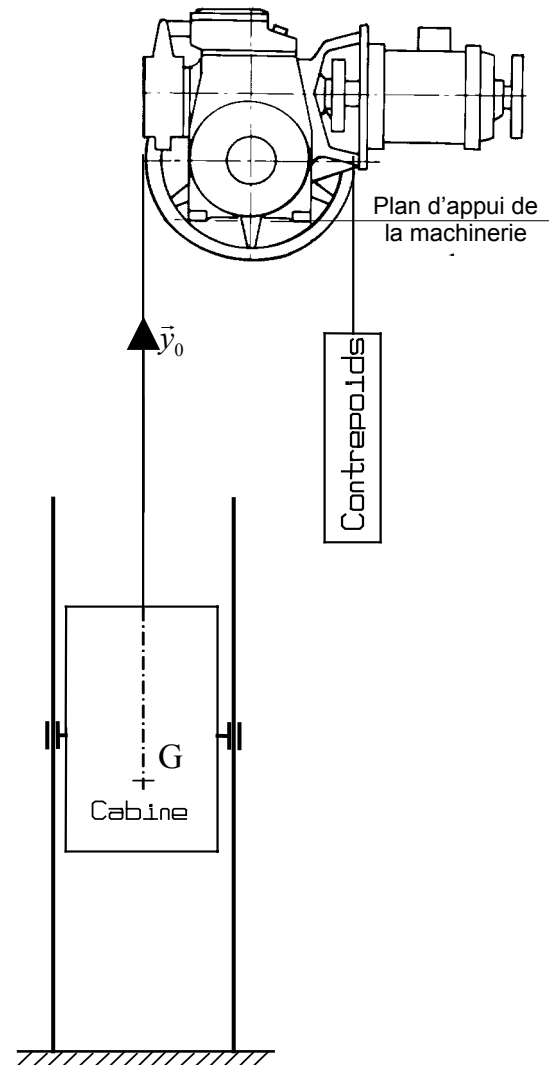
- câbles : masses négligées, **donc exclues de l'étude**

- l'action du système de guidage sur la cabine est un glisseur vertical passant par G (centre de gravité de l'ensemble cabine + charge) qui a pour module F (frottement).

L'action du système de guidage sur le contrepoids est négligée.

- le cahier des charges impose l'accélération $\Gamma_{\max} < 0,5 \text{ m.s}^{-2}$

- la vitesse (hors phase d'accélération) est V.



A. Détermination de l'inertie du volant

Pour limiter l'accélération et la décélération de la cabine, les treuils d'ascenseur sont équipés d'un volant d'inertie monté sur l'arbre moteur. L'objet de cette première étude est de déterminer les dimensions de ce volant de façon à répondre au cahier des charges en terme d'accélération.

En première approximation, le volant est considéré comme un disque plein homogène d'épaisseur e imposée et de diamètre D à déterminer. La masse volumique de l'acier est notée ρ .

Q 1. Donner l'expression littérale du moment d'inertie I_v du volant autour de son axe de rotation en fonction de D , e et ρ .

Pour déterminer le moment d'inertie I_v (et donc D) du volant, on propose d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble $E = \{E_1 + E_2 + E_3\}$ avec :

E_1 : ensemble des solides en translation verticale.

E_2 : ensemble des solides solidaires de la poulie (ayant la vitesse de rotation de la poulie ω_p).

E_3 : ensemble des solides solidaires de l'arbre moteur (ayant la vitesse de rotation du moteur ω_m).

Pour la suite, le moment d'inertie du volant sera simplement noté I_v .

Remarque : Pour les questions 2 à 7, on exprimera les résultats en fonction du paramètre cinématique V , vitesse de la cabine, et non pas ω_m , vitesse de rotation du moteur.

Les calculs se feront dans le cas de la montée de la cabine à l'accélération.

Q 2. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_1 de l'ensemble E_1 .

Q 3. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_2 de l'ensemble E_2 .

Q 4. Donner l'expression de l'énergie cinétique Ec_3 de l'ensemble E_3 .

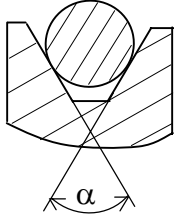
Q 5. Donner l'expression littérale de la puissance des actions extérieures à l'ensemble E .

Q 6. Donner l'expression littérale de la puissance des actions intérieures.

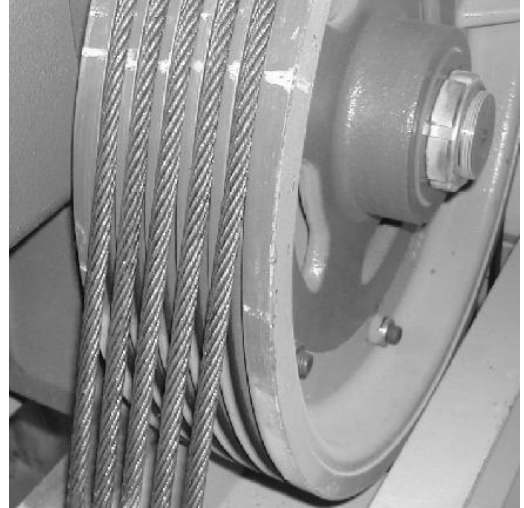
Q 7. En déduire l'expression littérale de I_v pour que Γ_{\max} ne soit jamais dépassée.

B. Etude de la poulie

Pour les installations d'ascenseur, la norme impose l'utilisation de plusieurs câbles. Pour simplifier l'étude, on fait l'hypothèse que l'installation ne comporte qu'un seul câble (les résultats obtenus sont facilement transposables au système réel).



Les gorges sont de forme trapézoïdale. Le problème réel posé est de déterminer l'angle α au sommet de la gorge pour que le câble ne glisse pas par rapport à la poulie.



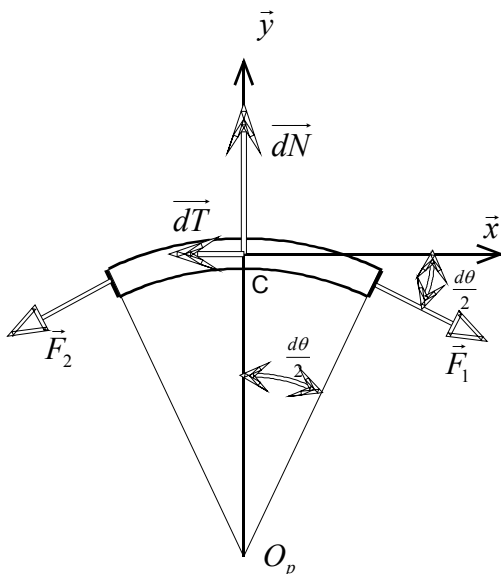
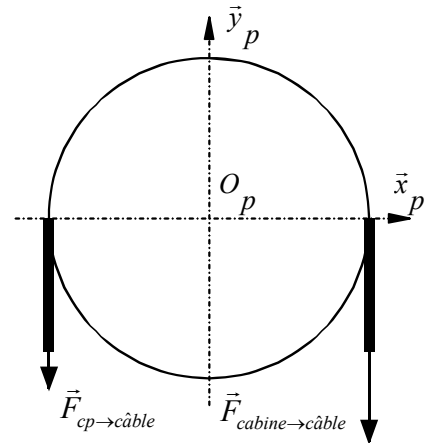
Etude du contact câble - poulie :

On note :

$\vec{F}_{cp \rightarrow \text{câble}}$: action du contrepoids sur un brin du câble.

$\vec{F}_{\text{cabine} \rightarrow \text{câble}}$: action de l'ensemble cabine+charge sur l'autre brin.

On étudie l'équilibre d'un petit élément de câble, que l'on suppose plat et d'épaisseur négligeable, en contact avec la poulie.



Cet élément de courroie est soumis :

- aux actions \vec{F}_1 et \vec{F}_2 des brins du câble situés avant et après avec $\|\vec{F}_1\| = F + dF$ et $\|\vec{F}_2\| = F$
- à l'action de la poulie

Hypothèse :

L'action élémentaire de la poulie sur un élément de câble est un glisseur passant par C et de résultante :

$$\vec{dF}(\text{poulie} \rightarrow \text{câble}) = \vec{dN} + \vec{dT}$$

$$\vec{dN} = \|\vec{dN}\| \vec{y} \quad \text{et} \quad \vec{dT} = -f_1 \|\vec{dN}\| \vec{x}$$

Avec f_1 facteur de frottement entre le câble et la poulie.

Q 8. Ecrire les équations scalaires obtenues en appliquant le théorème de la résultante statique à l'élément de courroie étudié.

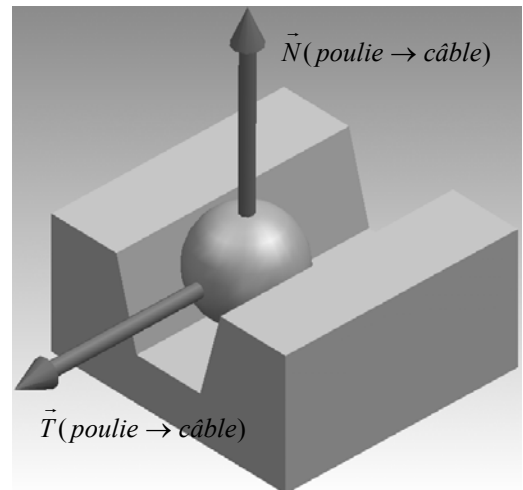
Q 9. En négligeant les éléments différentiels du second ordre et en considérant que $d\theta$ est très petit, montrer que les équations de la question précédente conduisent à l'équation différentielle $\frac{dF}{F} = f_1 d\theta$.

Q 10. Avec F qui varie de $\vec{F}_{cp \rightarrow \text{câble}}$ à $\vec{F}_{\text{cabine} \rightarrow \text{câble}}$ pour θ variant de 0 à π , montrer que l'on arrive à la relation $\frac{\|\vec{F}_{\text{cabine} \rightarrow \text{câble}}\|}{\|\vec{F}_{cp \rightarrow \text{câble}}\|} = e^{f_1 \pi}$.

Etude du cas où le câble de section circulaire est en contact avec une gorge trapézoïdale

Dans l'étude précédente, on a fait l'hypothèse que le câble était plat et d'épaisseur négligeable. L'expression obtenue reste vraie pour une forme différente à condition de remplacer f_1 facteur de frottement entre le câble et la poulie par un facteur μ à déterminer.

Pour cela, on va utiliser une représentation simplifiée du contact entre le câble et la poulie : l'élément de câble est représenté par une sphère et la poulie par une rainure trapézoïdale, de sorte que le contact câble / poulie soit ponctuel.



Q 11. Sur le document réponse 1, mettre en place les actions de contact normale et tangentielle en M_1 et M_2 de la poulie sur le câble, lorsque le câble est à la limite du glissement par rapport à la poulie.

Q 12. Déterminer $\mu = \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}$ où \vec{N} et \vec{T} sont les composantes normale et tangentielle de la résultante des actions de la poulie sur le câble, en fonction de f_1 et α .

Q 13. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la cabine, puis au contrepoids, déterminer les actions $\vec{F}_{cp \rightarrow \text{câble}}$ et $\vec{F}_{\text{cabine} \rightarrow \text{câble}}$ du contrepoids et de la cabine sur les deux brins du câble. Les calculs se feront dans le cas de la montée de la cabine à l'accélération.

Q 14. Déterminer, à partir des expressions précédentes, et du résultat de la question 10, l'expression de l'angle α pour que le câble ne glisse pas par rapport à la poulie.

IV. Etude de la fonction A334 « Contrôler une chute éventuelle »

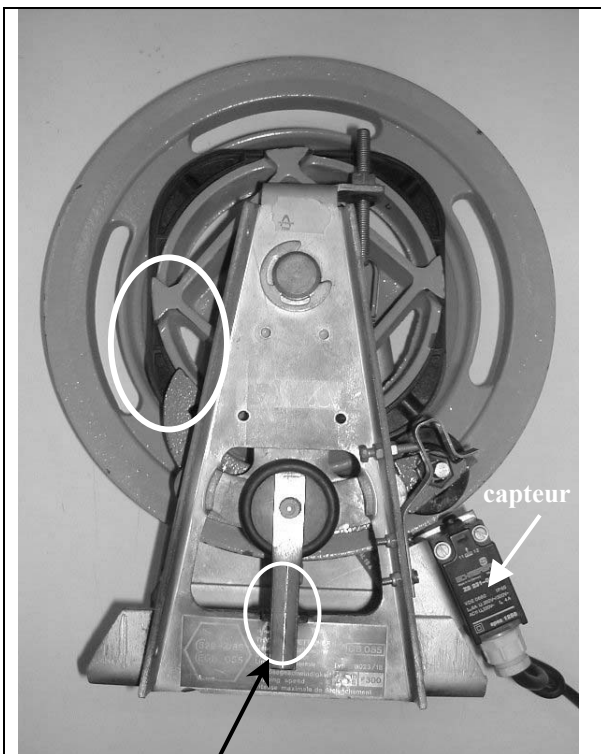
L'ensemble limiteur de vitesse - parachute est l'organe mécanique de sécurité qui, en cas de rupture des câbles de traction ou de survitesse vers le bas, permet de bloquer la cabine.

Fonctionnement :

Lors de la translation de la cabine, et donc du bloc parachute (lié à la cabine) (voir annexe 1 et 4), le câble du limiteur fait tourner le limiteur de vitesse.

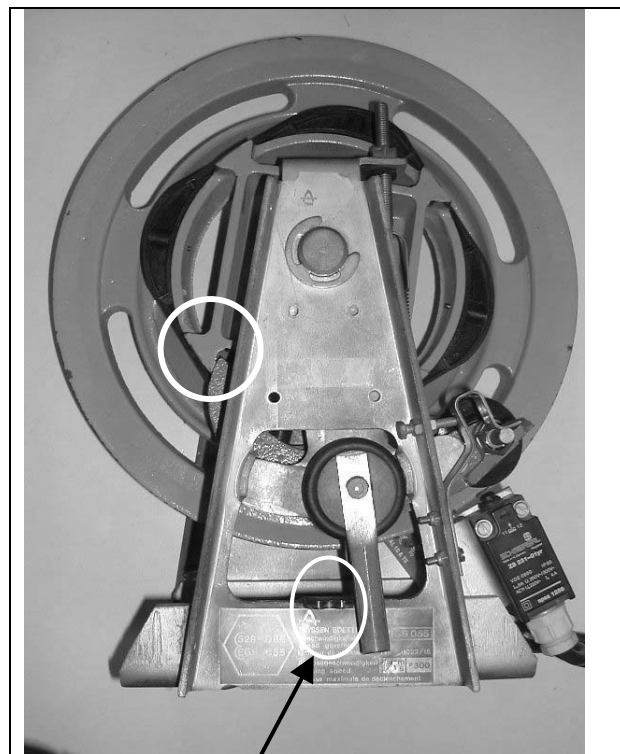
Le limiteur de vitesse est constitué (voir annexe 5) :

- D'une poulie et d'une came solidaire en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) avec le bâti.
- D'un porte-balancier en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}) avec le bâti.
- D'un balancier en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}) avec le porte-balancier.
- D'un galet en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}) avec le balancier.
- D'un ressort non représenté, permettant le contact entre le galet et la came en fonctionnement normal.



Contact entre le porte-balancier et le bâti

*Limiteur non bloqué
Le porte-balancier reste vertical*



Rupture du contact

*Limiteur bloqué
Le porte-balancier a tourné de quelques degrés.*

En cas de survitesse, le galet perd le contact avec la came. Le balancier bascule alors et son extrémité vient se loger dans l'un des quatre creux de la came, bloquant net la poulie. Cet arrêt brutal provoque également une rupture du contact entre le porte-balancier et le bâti. Le porte-balancier tourne alors de quelques degrés et vient s'appuyer sur un capteur, ce qui a pour effet de couper l'alimentation du treuil.

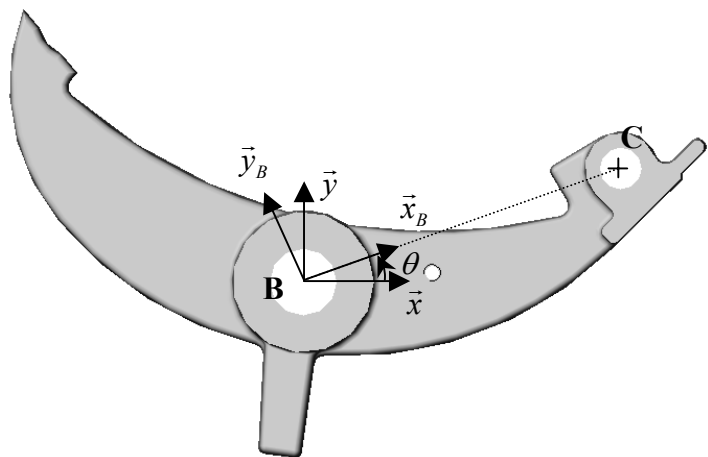
Une tension apparaît donc dans le brin du câble qui supporte la tringlerie de commande du parachute (annexes 4 et 6). Le système du parachute est actionné. La cabine d'ascenseur se bloque alors grâce au coincement d'un galet entre le bloc parachute solidaire de la cabine et le guide cabine.

L'objet de cette étude est de comprendre le fonctionnement de ce système de sécurité et d'évaluer certaines de ses caractéristiques.

Q 15. Compléter sur le document réponse 1 le schéma cinématique spatial du limiteur de vitesse. On se limitera aux pièces : poulie, came, balancier, galet et porte-balancier.

On suppose le galet sans masse.
La matrice d'inertie du balancier exprimée en B dans son repère $R_B(B, \vec{x}_B, \vec{y}_B, \vec{z}_B)$ est :

$$[I_B(\text{balancier})] = \begin{bmatrix} J_x & -F & 0 \\ -F & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}$$



B est dans le plan de la symétrie matérielle du balancier.

$R(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est un repère lié au sol.

$R_B(B, \vec{x}_B, \vec{y}_B, \vec{z}_B)$ est un repère lié au balancier.

Q 16. Justifier la forme de cette matrice d'inertie.

Q 17. Déterminer le moment dynamique du balancier en B dans son mouvement par rapport au bâti : $\delta_{\text{balancier}/\text{bâti}}^B$ (le porte-balancier est fixe). On pose : $\theta = (\vec{x}, \vec{x}_B)$.

Hypothèses :

- Un ressort (non représenté) garantit le contact entre le galet et la came en fonctionnement normal, en exerçant un couple supposé constant C_{ressort} autour de (B, \vec{z}) sur le balancier.
- On négligera l'action de la pesanteur.

Q 18. Déterminer l'accélération angulaire limite du balancier par rapport au bâti ($\ddot{\theta}_{\text{lim}}$) pour laquelle le galet perd le contact avec la came en fonction du couple C_{ressort} et du moment d'inertie J_z .

On précisera bien le ou les solides isolés, le bilan des actions mécaniques ainsi que le ou les théorèmes utilisés.

Afin de trouver la vitesse angulaire limite de la poulie (et donc la vitesse limite autorisée de descente de l'ascenseur), il faut relier l'accélération angulaire du balancier par rapport au bâti ($\ddot{\theta}$) à la vitesse angulaire de la poulie par rapport au bâti (ω).

L'objectif est de rechercher la valeur de ω constante qui permet d'atteindre la valeur $\ddot{\theta}_{\text{lim}}$ trouvée précédemment.

Hypothèse : Si ω est constante, alors on supposera $\theta = \theta_0 \sin(4\omega t)$.

Q 19. Au vu de l'annexe 7, valider cette hypothèse et déterminer θ_0 en degrés.

Q 20. Sur le document réponse 2, tracer l'épure du galet dans les positions extrêmes. Retrouver la valeur de θ_0 . On laissera les traits de construction.

Q 21. Déterminer la vitesse de rotation limite ω_{lim} ayant pour conséquence la rupture du contact entre le galet et la came en fonction de C_{ressort} , θ_0 et J_z .

Q 22. A partir des courbes fournies en annexe 7, trouver le résultat numérique de la question précédente. Le rayon de la poulie du limiteur étant de 24 centimètres, déterminer la vitesse limite de l'ascenseur.

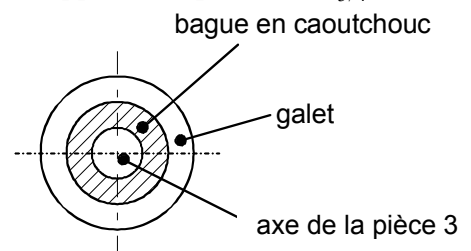
Etude du parachute (voir annexes 4 et 6) :

Lorsque le limiteur se bloque, une tension apparaît dans le brin gauche du câble du limiteur, ce qui a pour effet d'actionner la tringlerie de commande du parachute (voir annexes 4 et 6). La cabine d'ascenseur se bloque alors grâce au coincement d'un galet entre le bloc parachute solidaire de la cabine et le guide-cabine.

Q 23. Sur le document réponse 3, $\vec{V}_{1/4}^H$ est donnée.

Tracer la direction de la vitesse d'approche du galet par rapport à la pièce 4 : $\vec{V}_{3/4}^E$.

A partir de cette étude, justifier l'utilisation d'une liaison élastique entre le galet et la pièce 3.



Etude du coincement du galet entre le parachute 4 et le té 0.

Q 24. Sur la vue de détail, document réponse 4, placer les directions des efforts en I et J (efforts du parachute 4 sur le galet lors du blocage). On négligera les efforts du levier 3 sur le galet (par l'intermédiaire de la bague en caoutchouc) devant les efforts en I et J.

Q 25. Trouver alors le facteur de frottement minimal à imposer entre les différentes pièces pour assurer le coincement.

V. Etude de la fonction A2 « Gérer la réception et le déplacement des charges »

Description succincte du fonctionnement de l'installation étudiée :

- L'ascenseur dessert les 6 niveaux (de 0 à 5) d'un immeuble d'habitation.
- Les portes de l'ascenseur restent ouvertes à l'étage où il est présent.
- Pour être mémorisé, un étage demandé depuis la cabine ou un appel depuis un palier, doit être différent de l'étage où se trouve l'ascenseur.
- En cas de surcharge, la mémorisation d'un étage et le déplacement de la cabine doivent être interdits.
- Plusieurs étages pouvant être mémorisés, il est nécessaire d'établir une priorité entre la montée et la descente pour le grafcet de commande du moteur ; en effet, à un autre étage que le rez-de-chaussée, il est possible de mémoriser un étage situé au-dessus et un étage situé au-dessous.

Les grafcet présentés, qui décrivent une partie du fonctionnement de l'ascenseur, sont simplifiés. La sécurité n'est pas complètement prise en compte. Les coupures de courant ne sont pas envisagées.

Les priorités qui sont données n'optimisent pas complètement le fonctionnement de l'installation (ce qui ne prête pas forcément à conséquence, s'agissant d'une petite installation dans un immeuble d'habitation).

Partition des entrées-sorties

Entrées :

Boutons de commandes à la disposition des usagers	Capteurs internes à l'installation
- appel de l'ascenseur à partir du palier i : p_i (monostable) - choix de l'étage i à partir de la cabine : c_i (monostable) - maintien des portes ouvertes : po (monostable) - arrêt d'urgence : aru (bistable) - alarme : al (monostable)	- de présence de la cabine à l'étage i : e_i - de porte fermée à l'étage i : f_i - de porte ouverte à l'étage i : o_i - de présence d'une charge dans la cabine : k - de surcharge à l'intérieur de la cabine : s - de survitesse: sv

Sorties :

- Le moteur est commandé par deux contacteurs monostables : **M** pour la montée ; **D** pour la descente.
- La commande électromagnétique **F** du frein est monostable (le frein est serré par un ressort en absence d'alimentation électrique)
- Un moteur situé au-dessus de la cabine commande l'ouverture et la fermeture des portes (l'étude de la commande de cet actionneur n'est pas détaillée).
- Une alarme **AL** qui fonctionne :
 - lorsqu'on appuie sur le bouton **al**, si le moteur de l'ascenseur n'est pas alimenté ;
 - lorsqu'on utilise l'arrêt d'urgence **aru**.

On pose :

$m_{ch} = \sum_{i=0}^{i=4} \left[e_i \cdot \sum_{j=i+1}^{j=5} X_{[10j+1]c} \right]$: au moins un étage souhaité, mémorisé depuis la cabine, est situé au-dessus.

$m_{ph} = \sum_{i=0}^{i=4} \left[e_i \cdot \sum_{j=i+1}^{j=5} X_{[10j+1]p} \right]$: au moins un appel mémorisé, depuis une porte palière, est situé au-dessus.

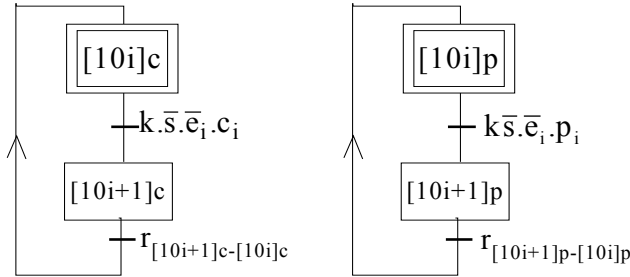
$m_{cb} = \sum_{i=1}^{i=5} \left[e_i \cdot \sum_{j=0}^{j=i-1} X_{[10j+1]c} \right]$: au moins un étage souhaité, mémorisé depuis la cabine, est situé au-dessous.

$m_{pb} = \sum_{i=1}^{i=5} \left[e_i \cdot \sum_{j=0}^{j=i-1} X_{[10j+1]p} \right]$: au moins un appel mémorisé, depuis une porte palière, est situé au-dessous.

Grafcet de mémorisation de l'étage i

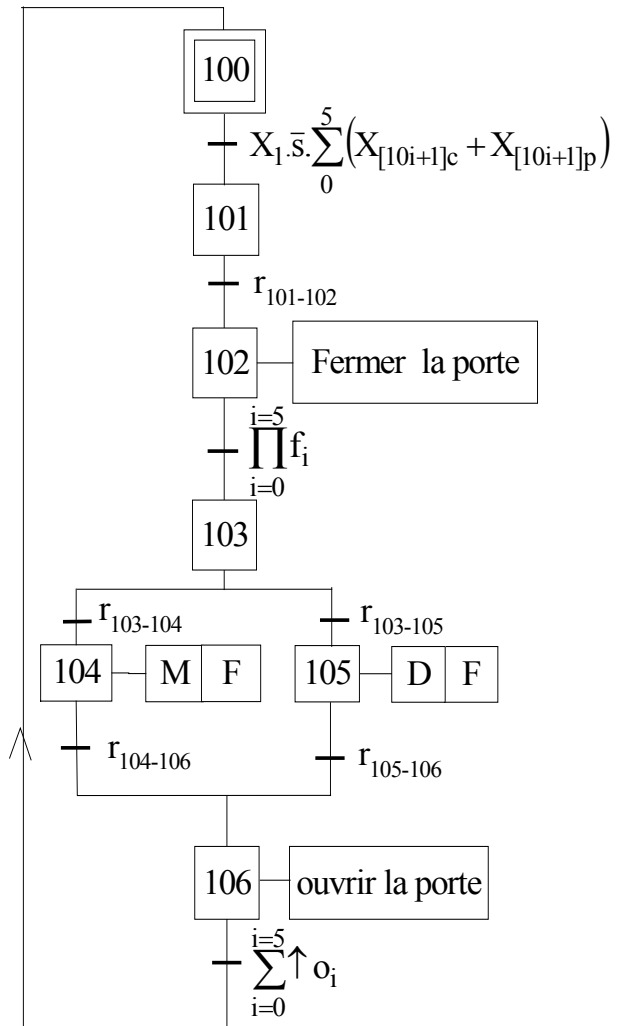
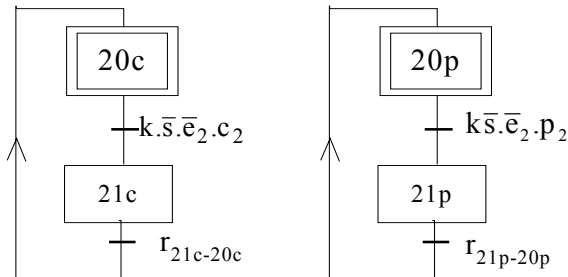
Grafcet de commande des moteurs : GCM

Depuis la cabine : **GMC_i** ; depuis un palier : **GMP_i**



Ce qui donne par exemple pour l'étage 2 :

Depuis la cabine : **GMC₂** ; depuis un palier : **GMP₂**



X₁ : variable d'état d'étape : voir grafcet de surveillance page 12

Etude des grafctet de mémorisation

Q 26. Exprimer les réceptivités $r_{21c-20c}$ et $r_{21p-20p}$ des grafctet GMC₂ et GMP₂ de mémorisation de l'étage 2.

Etude du grafctet de commande des moteurs

Les portes se ferment 2 secondes après la mémorisation d'un étage. Le bouton poussoir **po**, dans la cabine, permet de maintenir les portes ouvertes s'il est actionné avant leur fermeture complète.

Q 27. Exprimer les réceptivités $r_{101-102}$ du grafctet de commande des moteurs.

Q 28. Exprimer les réceptivités $r_{103-104}$ et $r_{103-105}$ du grafctet de commande des moteurs, en fonction de m_{ch} , m_{cb} , m_{ph} , m_{pb} et des autres variables, la priorité devant être à la montée.

Q 29. On donne : $r_{104-106} = \bar{k} \cdot \sum_{i=1}^5 \left[e_i \cdot X_{[10i+1]p} \cdot \prod_{j=5-i}^5 X_{[10j]p} \right] + k \cdot \sum_{i=1}^5 e_i X_{[10i+1]c}$. Expliquer à quelles conditions la cabine s'arrête à la montée.

Etude d'améliorations du fonctionnement de l'installation

Pour améliorer la précision du positionnement de la cabine en face des portes palières, on peut utiliser un moteur à deux vitesses (normale et lente). Il est alors nécessaire d'ajouter deux capteurs par niveaux, autres que les niveaux 0 et 5, et un capteur pour les niveaux 0 et 5, pour indiquer le début de la zone de déplacement en vitesse lente. Soit, pour l'étage **i** :

- capteurs pour le passage en vitesse lente pour la montée : **vlm_i** ;
- capteurs pour le passage en vitesse lente pour la descente : **vld_i**.

Un contacteur monostable PV commande la petite vitesse avant l'arrêt à un étage. Il doit être piloté simultanément avec celui du sens de marche **M** ou **D**.

Le temps de réponse de l'actionneur **F** de desserrage du frein est de 0,1 s.

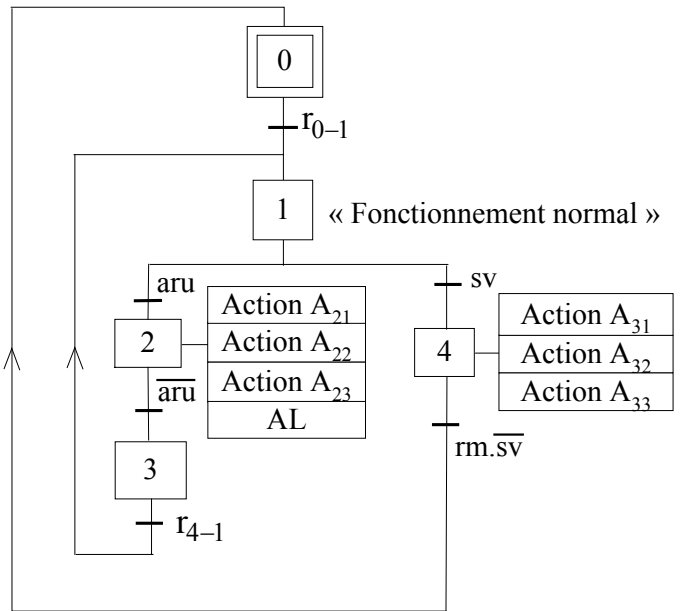
Q 30. Sur le document réponse 5, compléter les zones notées « ? » du grafctet de commande GCM2 des moteurs qui prennent en compte ces nouvelles dispositions, et le temps de réponse du frein.

Les réceptivités du grafctet initial, qui sont utilisées dans le grafctet modifié, sont notées par exemple : $ar_{103-104}$ pour ancienne réceptivité $r_{103-104}$.

Etude du grafcet de surveillance

Un grafcet de surveillance (très simplifié) est donné ci-contre. La réceptivité r_{0-1} non explicitée permet l'activation de l'étape 1 qui correspond au fonctionnement normal de l'installation. Deux types d'arrêt d'urgence sont envisagés :

- L'un, demandé depuis la cabine (**aru**), doit figer les grafcet de mémorisation, forcer à **103** le grafcet de commande du moteur GCM et mettre l'alarme en marche (pour éviter les abus d'utilisation). Le retour à l'étape 1 se fait 2 secondes après le déverrouillage de l'arrêt d'urgence.
- L'autre, suite à une survitesse de la cabine, doit forcer à leurs étapes initiales les grafcet de mémorisation et de commande des moteurs GCM.



Le retour à l'étape initiale nécessite un réarmement manuel **rm** (accessible uniquement aux services de sécurité et d'entretien).

Q 31. Donner l'expression de la réceptivité r_{4-1} et les expressions des actions de figeage ou de forçage :

- A_{21} et A_{31} pour le grafcet de commande du moteur GCM ;
- A_{22} et A_{32} pour les grafcet de mémorisation depuis la cabine GMC ;
- A_{23} et A_{33} pour les grafcet de mémorisation depuis les portes palières GMPi.

La commande de l'installation est assurée par un automate programmable, mais elle pourrait être réalisée en logique « câblée » sur des circuits intégrés. Si tel était le cas, il serait alors nécessaire de faire les logigrammes des différents grafcet.

Le symbole d'une bascule (ou mémoire) avec mise à 1 prioritaire est donné ci-contre avec : S commande de mise à 1, R commande de mise à 0.

Q donne l'état de la mémoire (0 ou 1) et \bar{Q} donne son complément.



Q 32. Expliquer pourquoi on doit utiliser des mémoires à mise à 1 prioritaire pour mettre en œuvre un grafcet.

Q 33. Sur le document réponse 6, compléter les zones notées « ? » du logigramme du grafcet de surveillance.

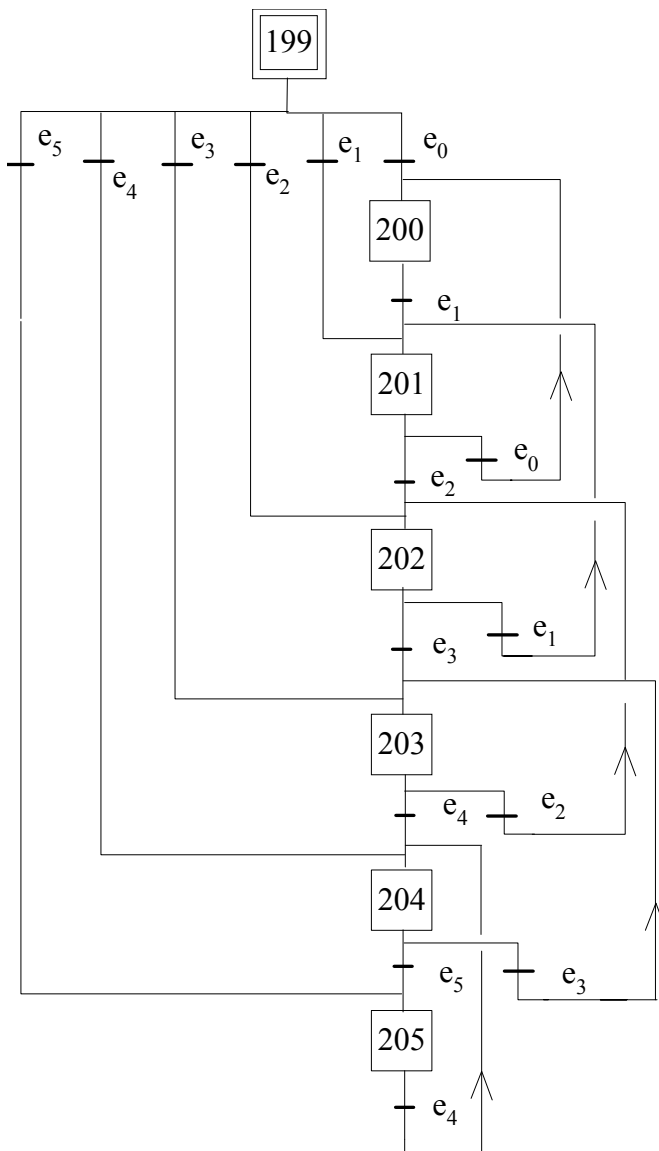
Les réceptivités seront laissées sous la forme r_{i-j} . Pour les fonctions logiques, utiliser les symboles normalisés (européens).

VI. Etude partielle de la fonction A1 « Assurer l'interface avec les usagers »

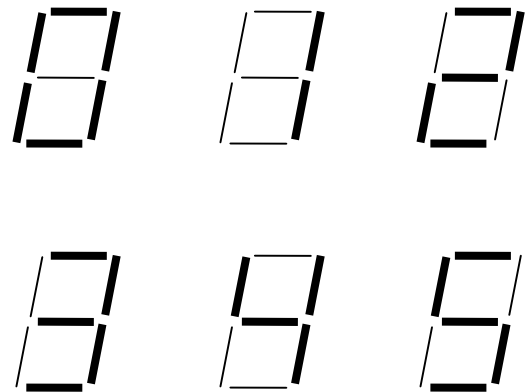
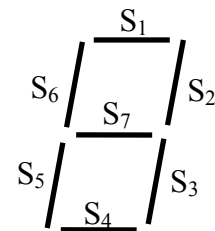
Etude des afficheurs

La cabine et les portes palières sont équipées d'un afficheur 7 segments. Ils indiquent aux usagers soit l'étage où se trouve la cabine, soit le dernier étage passé. Ils sont commandés par le grafcet ci-dessous.

Grafcet de commande des afficheurs : GCA



Description de l'afficheur



Q 34. Exprimer le plus simplement possible les équations des segments S_1 , S_2 et S_6 .

Q 35. Faire les logigrammes du segment S_6 avec des fonctions NAND (non ET) à 2 entrées et avec des fonctions NOR (non OU) à 2 entrées.

**Fin de l'énoncé.
Tournez la page S.V.P.**