CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

RAPPORT SUR L'EPREUVE ORALE 2014 DE MATHEMATIQUES DE LA FILIERE PSI

1/ REMARQUES GENERALES :

L'interrogation orale dure une heure découpée en une demi-heure de préparation et une demi-heure de présentation.
L'examinateur propose au candidat un sujet composé de deux exercices portant sur deux parties distinctes du programme.
La première demi-heure, le candidat prépare les exercices qui lui sont proposés au fond de la salle pendant qu'un autre candidat présente les siens au tableau. D'un point de vue pratique, il est conseillé aux candidats de se munir de bouchons d'oreilles de manière à travailler dans les meilleures conditions.
Pour la session 2014, les calculatrices sont interdites sauf décision d'un examinateur sur un sujet particulier.
Les deux exercices n'ont pas nécessairement le même poids. Un exercice « facile » peut être noté sur 8 et l'autre sur 12.
Le temps de préparation n'est pas toujours bien géré. Il faudrait avoir réfléchi au moins un peu à chaque question de façon à être en mesure d'exploiter les indications de l'examinateur lors de la présentation.
Certains candidats se concentrent sur un seul des deux exercices proposés, ce qui n'est pas judicieux. Il faudrait essayer de préparer les candidats à cette gestion du temps.
L'oral n'est pas un écrit au tableau ! Au niveau de l'exposé oral, il ne faut pas perdre de temps à reproduire lentement au tableau des calculs déjà effectués pendant la préparation écrite. On pourra donner seulement le résultat d'un calcul ne nécessitant aucune justification. L'examinateur peut toujours demander des précisions si nécessaire. L'objectif est de présenter succinctement mais rigoureusement ce qui a été fait lors de la préparation pour avoir ensuite le temps de réfléchir aux questions qui ont posé problème.
L'autonomie de certains candidats est limitée. Sur un exercice considéré comme difficile par le candidat, il faut savoir faire preuve d'initiative, ce qui est apprécié par l'examinateur et récompensé.
Il n'est pas rare que la corrélation entre des résultats obtenus et la question posée paraisse invisible ; ou plus simplement qu'il y ait une absence de mémorisation de ce qui a été fait ou vu précédemment. D'où de grandes pertes de temps.
Les fautes les plus pénalisantes sont les suivantes :
– résultats basiques de cours non maîtrisés (y compris les résultats acquis en première année) ;
– formules basiques non connues (trigonométrie, primitives ou dérivées classiques, ...) ;
– manque de rigueur dans les raisonnements ;
– hypothèses des théorèmes utilisés mal formulées ;
– confusions entre variables et paramètres.
On peut y remédier en suivant les conseils :
– apprendre à travailler en temps limité ;
– bien suivre le cours et mieux le savoir ;
– apprendre les formules classiques ou au moins savoir rapidement les retrouver ;
– mieux maîtriser les techniques par la pratique d'exercices.

2/ REMARQUES SPECIFIQUES :

<u>Quelques sujets</u>
Les sujets de géométrie posent problème pour bon nombre de candidat. On peut quand même noter quelques bonnes prestations dans ce domaine.
De même, dans une moindre mesure, pour les sujets sur la dualité (limités aux notions de bases duales et anté-duales) ou les fonctions de plusieurs variables (dérivées partielles, équations aux dérivées partielles relativement simples).

Les techniques de diagonalisation d'une matrice carrée A sont connues, mais certains candidats sont incapables de justifier la relation $P^{-1}AP = D$ diagonale lorsque les colonnes de P forment une base de vecteurs propres.
L'inclusion du spectre dans les racines d'un polynôme annulateur est bien mieux maîtrisée par les candidats que les années passées.
La recherche d'un polynôme annulateur de degré imposé (2 ; 3 ou 4) pour un endomorphisme ou une matrice met en difficulté certains candidats.
Les décompositions en éléments simples sont de plus en plus difficiles à obtenir (par exemple pour $\frac{1}{X(1+X^4)}$).Les techniques de primitivation de fractions rationnelles $R(x\ ;\ y)$ ne semblent pas connues pour de nombreux candidats, notamment lorsque la factorisation du dénominateur fait apparaître un irréductible du second degré. Il en est de même pour la primitivation de fonctions du type $R\ (\cos\ (t), \sin\ (t))$ où R est une fraction rationnelle. Ce dernier point est en relation avec un manque de connaissance des formules usuelles de trigonométries. L'utilisation efficace des nombres complexes n'est pas toujours un réflexe pour ce type de situation.On constate parfois un manque de maîtrise du lien entre une matrice et l'application linéaire qui lui est associé dans la base canonique de $\mathbb{K}^n$, ce qui est source d'erreurs de raisonnement. De façon plus générale, pour beaucoup de candidats, l'algèbre linéaire se réduit trop souvent au calcul matriciel.
De façon assez surprenante, certains candidats éprouvent des difficultés à montrer la convergence d'une série ou d'une intégrale sur des exemples simples (et classiques).
L'utilisation des théorèmes de comparaison, pour les séries ou les intégrales impropres, sans se soucier des questions de signe, est sanctionnée.
De manière générale, un raisonnement peu rigoureux n'est pas validé par l'examinateur et peut expliquer une note faible.
Par exemple, l'utilisation des théorèmes relatifs aux permutations de sommes et d'intégrales, à la continuité ou la dérivabilité de fonctions définies par une intégrale, doit se faire rigoureusement en précisant clairement les hypothèses et les conclusions.
Un nouveau type d'erreur : confusion entre $\sum F_i$ et $\bigcup F_i$, où les F_i sont des sous-espaces vectoriels d'un même espace E.
La notion de somme directe de sous-espaces vectoriels n'est pas maîtrisée et pourtant on s'intéresse à la diagonalisation et à la trigonalisation des endomorphismes.
Le calcul matriciel semble moins bien assuré que les années précédentes.
Certains candidats ont des problèmes de lecture sur des énoncés du type :
pour $n \geq 3$, on considère la matrice carrée A de coefficient général $a_{i,j}$, telle que :

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1\ si\ i+j\ est\ pair \\ 0\ si\ i+j\ est\ impair \end{cases}.$$

Trigonaliser ou diagonaliser une matrice d'ordre 3 ne devrait pas poser de problème. Il semble étonnant qu'il soit nécessaire d'aider certains candidats dans ce domaine.
Les calculs de déterminants (de petit ordre ou d'ordre n en cherchant une relation de récurrence) posent problème à certains candidats. D'où des polynômes caractéristiques incorrects, ce qui est gênant pour les questions suivantes.
En analyse, la gestion des signes semble insurmontable. Par exemple dans l'étude du domaine de validité de $x \mapsto \int_0^1 \frac{t-1}{\ln\ (t)}\ t^x dt$.
Une fonction du type $x \mapsto \int_{\frac{1}{x}}^{x} e^{t^2}\ dt$ est difficile à dériver.
Les changements de variables doivent souvent être indiqués au candidat.
Pour les fonctions de plusieurs variables, les points critiques sont recherchés, mais leur exploitation n'est pas toujours efficace.
On constate des difficultés pour résoudre certaines équations différentielles relativement simples.

Prestation orale :

On peut signaler le sérieux et la bonne préparation de certains candidats, ce qui donne des notes de 18/20 ou 20/20.

Quelques-uns maîtrisent presque parfaitement les notions au programme alors que pour d'autres, le moindre calcul ou raisonnement pose problème, lorsque ce ne sont pas les définitions elles-mêmes !

Certains candidats traînent au tableau, manquent d'énergie et de volontarisme et traitent finalement très peu de questions devant l'examinateur. A l'opposé, d'autres monopolisent la parole et disent tout ce qui leur passe par la tête sans prendre le temps de la réflexion.

Les difficultés rencontrées lors de la résolution d'un exercice sont souvent imputables à une faiblesse dans des calculs algébriques de base et à une connaissance imprécise des définitions et théorèmes du cours.

Certains candidats sont peu performants sur le programme de première année, notamment concernant les calculs trigonométriques, les calculs sur les nombres complexes, la notion de bijection et la résolution d'équations différentielles linéaires à coefficients constants.

Certains candidats ne gèrent pas bien leur prestation orale. Regarder fixement ses notes, tourner systématiquement le dos à l'examinateur, s'exprimer de façon confuse ne sont pas des attitudes que l'on attend de postulants ingénieurs.

On demande aux candidats :
– de la précision dans le langage ;
– de la rigueur dans le raisonnement ;
– une utilisation efficace du tableau.

Points qui ont posé problème

Des faiblesses sur les programmes de terminale ou de mathématiques supérieures sont difficilement acceptables :
– manipulation d'inégalités. L'obtention de majorations ou de minorations simples ;
– développements en série entière de fonction de référence (série géométrique et série exponentielle par exemple) ;
– dérivation de $(x \mapsto \int_0^x f\,(t)\,dt)$ lorsque *f* est continue ;
– certains étudiants ont beaucoup de mal à déterminer les éléments propres d'un endomorphisme même en dimension plutôt raisonnable (2 ou 3) ;
– les théorèmes concernant les conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisabilité d'un endomorphisme sont généralement bien connus même si l'utilisation d'un polynôme annulateur n'est pas toujours naturelle ;
– la géométrie est une partie généralement peu appréciée des candidats et certains d'entre eux font purement et simplement l'impasse sur cette partie du programme ;
– en géométrie euclidienne plane, la plupart des candidats ont beaucoup de mal à traduire une situation analytiquement ;
– le procédé de Gram-Schmidt, s'il est connu, est parfois mal maîtrisé ;
– l'utilisation du déterminant pour traduire la colinéarité est rarement évoquée ;
– notion de rang d'une application linéaire, son calcul et son intérêt ;
– d'une manière assez générale, les candidats sont rapidement démunis pour effectuer des majorations, minorations ou encadrements de fonctions ou d'intégrales ;
– les notions et calculs liés aux fonctions de plusieurs variables sont loin d'être maîtrisés ;
– quelques candidats, peu nombreux, continuent à affirmer qu'une suite positive et décroissante tend vers 0 et qu'une série dont le terme général tend vers 0 est nécessairement convergente ;
– théorèmes de convergence dominée et de continuité ou dérivation d'une fonction définie par une intégrale ;
– intégrales doubles ou triples ;
– équations différentielles linéaires d'ordre 1 ou 2.