



### **1/ MODALITES DE L'ÉPREUVE :**

Comme les années précédentes, l'épreuve orale de mathématiques dure une heure et se compose de deux parties de durées égales : une première phase de préparation d'une durée d'une demi-heure et une seconde phase d'interrogation au tableau. Chaque sujet comporte deux exercices indépendants, portant sur des thèmes distincts du programme de première année ou de deuxième année de TSI. Les exercices proviennent d'une banque commune à l'ensemble des examinateurs. Ils sont conçus pour aborder plusieurs pans des programmes et rédigés de façon progressive, afin que tout candidat sérieux puisse raisonnablement trouver le début de chacun.

### **2/ CALCULATRICE ET CALCUL FORMEL :**

Pour la plupart des sujets, la calculatrice est autorisée. Les candidats ont alors à leur disposition, en plus de leur propre calculatrice, les logiciels Maple 17 et Mathematica 9.

L'objectif est d'évaluer leurs capacités d'utilisation en mathématiques d'un logiciel de calcul formel pour la résolution de problèmes, la formulation de conjectures et la représentation graphique de résultats. Les planches ne sont pas centrées sur l'utilisation du calcul formel mais l'outil informatique permet d'éviter certains calculs fastidieux (développements limités, recherche d'éléments propres, calculs d'intégrales...), de représenter des courbes et des surfaces, d'évaluer numériquement un terme d'une suite... Ceci n'exclut ni une question ponctuelle d'algorithmique (exemple : boucle...), ni que certains détails de calcul (à la main) puissent être exigés.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2014.

### **3/ REMARQUES GENERALES :**

Lors de cette session, les écarts de niveau entre les candidats ont semblé plus importants que les années précédentes : un nombre conséquent d'excellentes prestations (notées entre 16 et 20), mais aussi, malheureusement, davantage de candidats en grande difficulté sur des questions simples. La moyenne de l'épreuve est fort satisfaisante et sensiblement égale à celle des années précédentes.

Les examinateurs ont apprécié le sérieux des candidats : ponctualité, politesse, connaissance du cours et des techniques de base, qualité de la présentation de l'exposé oral. Bien sûr, des fragilités apparaissent lorsque les questions demandent un peu plus de réflexion, mais les candidats manifestent une réelle volonté de bien faire.

Les meilleurs candidats ont su traiter correctement les deux exercices et ont répondu à quelques questions supplémentaires qui venaient prolonger les exercices proposés. D'autres, au contraire, passent beaucoup trop de temps sur les questions les plus simples, à grand renfort de détails inutiles, comme s'ils cherchaient à échapper aux questions plus délicates.

Enfin, les candidats ne doivent pas s'étonner de voir que l'interrogateur prend des notes à l'aide d'un ordinateur. Cela ne l'empêche aucunement d'être attentif au discours du candidat.

#### 4/ REMARQUES PARTICULIERES EN ANALYSE :

Les examinateurs ont constaté que les techniques de base étaient acquises : études de fonctions, résolutions d'équations, séries entières de référence, calculs simples de primitives, intégration par parties, ... Par contre, quelques candidats parmi les plus en difficulté ne maîtrisent pas les notions les plus simples : résolution d'équations parfois appelées « bicarrées » (se ramenant à du second degré en posant  $X = x^2$ ), ensemble de définition de la composée de deux fonctions, ...

Certaines inégalités peuvent être démontrées par des études de fonctions. Peu de candidats y pensent par eux-mêmes.

Les développements limités usuels sont en général bien connus, mais la gestion des « petits o » est hasardeuse, lorsqu'ils ne sont pas tout simplement oubliés.

Les intégrales à paramètres (continuité ou dérivation sous le symbole intégrale) posent toujours autant de problèmes aux candidats. Les exercices portant sur ces notions ne présentaient toutefois aucune difficulté particulière, puisque les hypothèses se vérifiaient sans peine. Le plus souvent d'ailleurs, ce sont les hypothèses à vérifier qui ne sont pas connues. De façon plus générale, la démonstration de la convergence d'intégrales donne lieu à trop d'approximations : la continuité (ou la continuité par morceaux) n'est presque jamais précisée et l'hypothèse de positivité dans le théorème de comparaison n'apparaît que rarement.

Les examinateurs constatent des progrès pour l'utilisation des séries de Fourier : expressions et calculs des coefficients, théorèmes de Dirichlet et de Parseval. De même, la recherche du rayon de convergence pour les séries entières à l'aide de la règle de D'Alembert sur les séries numériques est désormais rédigée avec soin.

Il est étonnant de constater que la définition d'un extrémum pour une fonction de deux variables se réduit chez certains candidats à un calcul des dérivées partielles secondes, traditionnellement notées  $r$ ,  $s$  et  $t$ . Cela est d'autant plus regrettable qu'il s'agissait en l'occurrence de déterminer le minimum d'une fonction manifestement positive, qui valait  $0$  au point  $(0,0)$ .

Lors de l'exposé, on rappelle que les notations «  $\text{Arctan}(x)$  » et «  $\cos(x)$  » se lisent respectivement « arctangente  $x$  » et « cosinus  $x$  ».

#### 5/ REMARQUES PARTICULIERES EN ALGEBRE ET EN GEOMETRIE :

En algèbre linéaire, la recherche du noyau d'une application linéaire est le plus souvent bien menée. Par contre, la recherche d'une base de l'image soulève bien des difficultés : la majorité des candidats préfèrent admettre la question et poursuivre l'exercice, tandis que les plus téméraires se lancent dans la résolution de l'équation  $f(x) = x$  (confusion avec la recherche de l'image pour un projecteur). Les résultats sur la diagonalisation des matrices ou des endomorphismes sont, quant à eux, bien assimilés.

La notion de produit scalaire est discriminante : certains la maîtrisent parfaitement tandis que d'autres ne savent pas ce qu'il s'agit de vérifier. De même, le procédé d'orthonormalisation de Schmidt est rarement mis en application correctement. Enfin, les examinateurs rappellent aux futurs candidats qu'une matrice orthogonale n'est pas caractérisée par un déterminant valant  $\pm 1$ .

La notion de polynôme n'est pas vraiment comprise. L'étude d'un endomorphisme simple de  $\mathbf{R}_3[X]$  peut poser problème (par exemple, par confusion entre  $P(X)$  et le produit de l'indéterminée  $X$  par le polynôme  $P$ ). Les résultats de première année sont souvent complètement oubliés (division euclidienne, racines, factorisation, somme et produit des racines pour un polynôme scindé, ...).

En géométrie, les coniques et quadriques sont bien connues et les méthodes vues en deuxième année de CPGE pour obtenir une équation réduite sont parfaitement assimilées. Par contre, les notions simples de géométrie dans le plan ou dans l'espace posent problème : recherche d'une équation de droite dans le plan, ou d'un système d'équations cartésiennes d'une droite dans l'espace, représentation paramétrique, distance d'un point à une droite ou d'un point à un plan, ... Une fois encore, ce sont les notions de première année qui semblent poser le plus de difficultés.

## 6/ CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS :

Lors de la remise du sujet, les examinateurs recommandent de lire une première fois la totalité de l'énoncé et de partager équitablement le temps de préparation afin d'aborder les deux exercices.

La calculatrice ou le logiciel de calcul formel peuvent être utiles pour répondre à certaines questions calculatoires (calculs de dérivée, recherche d'éléments propres, inverse de matrice). Les candidats ne doivent pas hésiter à s'en servir.

Lors de la présentation orale, les candidats peuvent admettre des questions. Les examinateurs y reviendront en fin d'exposé. Par ailleurs, il est inutile d'attendre l'assentiment de l'examineur après chaque question. Rappelons qu'il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour obtenir une très bonne note. Enfin, les qualités de communication du candidat seront valorisées : clarté de l'expression, dynamisme de la présentation,...

Un exposé succinct mais précis des résultats obtenus est attendu. Dans cet esprit, il est inutile de recopier le détail des calculs au tableau. Il convient d'en indiquer les grandes lignes ainsi que le résultat final. Par contre, les théorèmes utilisés seront cités et leurs hypothèses vérifiées avec soin. Il pourra aussi être judicieux d'illustrer ses propos par des figures en géométrie, ou des graphes de fonctions, ou un cercle trigonométrique lorsque l'occasion se présente.

Dans le cas où une question venait à poser problème, il est recommandé d'indiquer toutes les pistes explorées, ce qui permettra d'engager un dialogue avec l'examineur. Rappelons à cet égard que les questions (ou les remarques) de l'examineur ont pour but d'aider les candidats à s'interroger sur la pertinence de leurs résultats et à les remettre sur une bonne voie. En aucun cas les remarques de l'examineur ne visent à déstabiliser le candidat : il s'agit au contraire de le conduire à se poser les bonnes questions.

Globalement, les prestations des candidats sont assez satisfaisantes, tant sur le fond que sur la forme. Les examinateurs félicitent les candidats pour le sérieux de leur travail pendant ces deux ou trois ans de préparation et souhaitent bon courage aux futurs candidats.