

# Mathématiques

## Modalités de l'épreuve

L'épreuve orale de Mathématiques dure une heure et se décompose en deux périodes : une demi-heure de préparation puis une demi-heure d'exposé au tableau.

Lors de l'entrée dans la salle d'interrogation, le candidat reçoit un sujet constitué de deux exercices portant sur deux parties distinctes du programme : il s'agit en général d'un exercice d'analyse et d'un exercice d'algèbre et/ou de géométrie. Les questions posées portent sur l'ensemble du programme de première et de seconde année de TSI. Les exercices proviennent d'une banque commune à l'ensemble des examinateurs. Ils sont conçus pour aborder plusieurs pans du programme et rédigés de façon progressive, afin que tout candidat sérieux puisse raisonnablement résoudre le début de chacun.

## Calculatrice et informatique

Pour la plupart des sujets, la calculatrice est autorisée. Les candidats ont alors à leur disposition, en plus de leur propre calculette, les logiciels fournis par le concours : il s'agissait cette année de Maple 16 et Mathematica 8.

L'objectif est d'évaluer leurs capacités d'utilisation, en Mathématiques, d'un logiciel de calcul formel pour la résolution de problèmes, la formulation de conjectures et la représentation graphique de résultats. Les planches ne sont pas centrées sur l'utilisation du calcul formel, mais l'outil informatique permet d'éviter certains calculs fastidieux (développement limité, recherche d'éléments propres, calcul d'intégrales...), de représenter des courbes et des surfaces, d'évaluer numériquement un terme d'une suite... Ceci n'exclut ni une question ponctuelle d'algorithmique (exemple : boucle...), ni que certains détails de calcul (à la main) puissent être exigés.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2013.

## Remarques générales

La moyenne obtenue est satisfaisante, sensiblement égale à celle de la session précédente. Les différences de niveau entre les candidats sont manifestes, mais il semble que peu d'étudiants très faibles aient franchi la barrière de l'écrit. Le plus souvent, les candidats arrivent à traiter les questions classiques en début de planche, ce qui montre le sérieux de leur travail pendant les deux (ou trois) années de CPGE. Notons que les meilleurs candidats ont parfaitement su analyser les énoncés, trouver des solutions simples et présenter un exposé d'une grande clarté, en sachant même répondre à quelques questions supplémentaires.

## Remarques particulières en analyse

Cette année, les études de fonctions, les calculs de développements limités, leurs conséquences en terme de limites ou d'asymptotes et les convergences de séries ont été mieux présentés que lors des sessions précédentes.

De même, les candidats ont progressé dans la manipulation des intégrales à paramètres. Les hypothèses des résultats du programme sont connues et mieux présentées. En particulier, peu ont

omis de signaler la nécessité d'une hypothèse de domination, même si celle-ci a été, dans certains cas, plus délicate à établir.

Par contre, la manipulation des inégalités est à améliorer : absence de justification, confusion entre inégalités larges et inégalités strictes, mauvaise utilisation des valeurs absolues. Par exemple, certaines inégalités peuvent se justifier en évoquant la monotonie (ou la stricte-monotonie) d'une fonction ou la multiplication par un scalaire dont le signe est connu.

La démonstration d'égalités a également été source d'erreurs : certains candidats raisonnent en partant de l'égalité finale, alors que l'on attend qu'ils se basent sur l'un des membres de l'égalité, pour obtenir le second membre de l'égalité à démontrer. Bien sûr, un raisonnement par équivalences peut aussi être admis, à condition que le candidat ait conscience de ce qu'il est en train de faire.

Pour établir une convergence d'intégrale (ou de série numérique), le candidat qui de lui-même évoque le signe constant est valorisé.

La théorie des séries de Fourier semble cette année mieux maîtrisée que les années précédentes : peu d'erreurs dans les expressions des coefficients de Fourier, hypothèses et conclusions des théorèmes de convergence bien connus. Attention cependant à ne pas confondre somme de la série de Fourier et somme partielle.

En revanche, la notion d'extremum pour des fonctions numériques de deux variables a posé de grandes difficultés. Peu de candidats sont capables de définir correctement un maximum ou un minimum. Trop souvent, cela se réduit à une formule inexacte faisant intervenir les dérivées partielles secondes traditionnellement notées  $r$ ,  $s$  et  $t$ .

## **Remarques particulières en algèbre et géométrie**

Les questions classiques sur la réduction de matrices, ou sur les espaces euclidiens (produit scalaire, méthode de Schmidt) sont maîtrisées par la majorité des candidats. Ces derniers doivent néanmoins veiller à distinguer la matrice colonne des coordonnées d'un vecteur et le vecteur en lui-même. Les examinateurs rappellent aussi que le calcul du polynôme caractéristique n'est pas toujours indispensable pour obtenir les valeurs propres d'une matrice, surtout lorsque l'énoncé donne un vecteur propre ou l'une des valeurs propres.

La recherche de la nature d'une conique ou d'une quadrique ne nécessite pas toujours le calcul explicite des vecteurs propres. Les équations réduites des différentes quadriques sont aussi trop souvent confondues.

Enfin, les chapitres de première année (nombres complexes, polynômes et relations coefficients-racines, géométrie élémentaire du plan ou de l'espace) ont malheureusement mis en difficulté de nombreux candidats.

## **Conseils aux futurs candidats**

Les examinateurs conseillent de lire en entier les énoncés et de prendre un peu de recul, pour éviter de s'engager à tort dans une voie manifestement inappropriée au problème posé. Par exemple, lorsque l'énoncé étudie les éléments propres d'une matrice de rang 1 en faisant calculer le rang et la trace, il est maladroit de se précipiter dans le calcul du polynôme caractéristique, alors même que celui-ci n'est pas demandé.

La maîtrise du temps de préparation est un enjeu important pour une bonne réussite de l'épreuve orale. Les deux exercices doivent être parcourus : il peut être judicieux d'admettre une question pour continuer la recherche des dernières questions de l'exercice.

Au niveau de l'exposé, il est inutile d'attendre l'approbation de l'examineur pour poursuivre et il est maladroit de ne s'adresser qu'au tableau. Les candidats peuvent bien sûr commencer leur exposé par l'exercice de leur choix. Des questions peuvent être admises. Dans ce cas, l'examineur y reviendra en fin d'exposé. Les examinateurs interviennent pour poser des questions dont le but n'est que d'aider le candidat à trouver une solution, et non de le piéger.

Les logiciels Maple et Mathématique, ainsi que la calculatrice, permettent de gagner du temps pour certaines questions calculatoires. Leur utilisation est vivement encouragée (pour les planches où ces outils sont autorisés).

Globalement, les prestations des candidats sont satisfaisantes. Une présentation succincte mais précise des résultats obtenus, en insistant sur la validité des hypothèses des théorèmes mis en jeu, sera très appréciée. La vérification de la cohérence des résultats obtenus sera valorisée. Enfin, la qualité de l'expression orale, l'énergie et le volontarisme déployés au cours de l'exposé, sont aussi un élément d'appréciation.

Les examinateurs félicitent les candidats de la session 2012 pour leur travail et encouragent les futurs candidats à tenir compte des conseils prodigués dans ce rapport pour progresser.