

MATHÉMATIQUES

Rapporteur Monsieur Edouard LUCAS

Déroulement de l'épreuve

Le protocole reste le même par rapport aux années précédentes et sera le même pour le concours 2012. Toutefois, une importante modification est à noter concernant l'**informatique**. Nous rappelons les grandes lignes du déroulement de l'épreuve orale de mathématiques :

- L'oral de mathématiques dure une heure (une demi-heure de préparation, une demi-heure d'exposé).
- Chaque sujet est composé de deux exercices indépendants de durées sensiblement égales en général, l'usage étant que l'un traite d'algèbre ou de géométrie, l'autre d'analyse ou de géométrie.
- Pendant la préparation, il est conseillé aux candidats d'aborder les deux exercices car ils seront interrogés sur chacun d'eux.

Informatique

Pour la quasi-totalité des sujets où la calculatrice est autorisée, les candidats ont eu à leur disposition, en plus de leur propre calculatrice, les logiciels fournis par le concours : Maple 14 ou Mathematica 8. En effet, il est envisagé de remplacer l'utilisation de la calculatrice par celle de Maple ou Mathematica à partir de 2013.

Cela permettra de valoriser l'enseignement du calcul formel en classes préparatoires et d'évaluer plus uniformément les candidats sur un même socle de compétences et de connaissances, étant chacun muni d'une même « super-calculatrice ». En effet, nous avons constaté une forte disparité dans les modèles possédés par les candidats (parfois peu performants).

L'objectif est d'évaluer leurs capacités d'utilisation en Mathématiques d'un logiciel de calcul formel pour la résolution de problèmes, la formulation des conjectures et la représentation graphique de résultats. La planche ne sera pas centrée sur cette utilisation mais l'outil informatique permettra d'éviter certains calculs fastidieux (un développement limité, la recherche d'éléments propres, le calcul d'intégrales...), la représentation des courbes et des surfaces, l'évaluation numérique d'un terme, d'une suite... Ceci n'exclut pas une petite question ponctuelle d'algorithmique (exemple : boucle...) ni que certains détails de calcul (*à la main*) puissent être exigés.

Conseils aux futurs candidats

Lors de la préparation, lisez bien les deux énoncés en entier. N'hésitez pas à traiter une question qui utilise un résultat précédent que vous n'avez pas réussi à établir.

Au tableau, ne recopiez pas les énoncés mais rappelez plutôt les hypothèses des théorèmes utilisés. Même si certaines tentatives n'ont pas abouti, n'hésitez pas à expliquer les pistes (même infructueuses) explorées, les théorèmes du cours auxquels vous avez pensé...

L'examineur intervient toujours dans le but de vous permettre de montrer vos connaissances, votre savoir-faire. Il est donc souhaitable que vous soyez à l'écoute des indications fournies pour pouvoir vous en saisir. En revanche, il est inutile d'attendre son assentiment pour poursuivre votre exposé.

Pensez aussi à faire des figures, non seulement pour la géométrie, la trigonométrie et les fonctions usuelles mais aussi pour les fonctions périodiques, pour l'étude des suites $u_{n+1} = f(u_n)$ par exemple. En effet, ont été valorisés les candidats qui ont fait usage de figures notamment pour illustrer une situation, expliquer une démarche ou appuyer un raisonnement.

Outre les qualités mathématiques, la prestation orale est également évaluée. La grande majorité des exposés a été très satisfaisante au point de vue de la forme. Cependant, on rappelle qu'il est préconisé d'annoncer préalablement les différentes étapes de vos calculs et de n'écrire que les résultats intermédiaires qui vous semblent importants. Si toutefois l'examineur souhaite voir un détail, il le demandera. Un candidat exposant clairement ses résultats et ses démarches sera plus valorisé que celui qui parle d'une voix monocorde tourné vers le tableau en cachant ce qu'il y écrit.

Les mathématiques

Sur le fond, le niveau des candidats est hétérogène mais plutôt satisfaisant dans l'ensemble : les principaux outils et techniques sont acquis (calcul de valeurs propres, diagonalisation, calcul des coefficients de Fourier, classification des quadriques et recherches des axes...).

Le but n'est pas de faire ici la liste de toutes les difficultés rencontrées mais de mettre en évidence ce qui a le plus marqué les examinateurs :

- la résolution d'une équation différentielle linéaire d'ordre deux (à coefficients constants) pose parfois problème surtout lorsque l'on demande les solutions à valeurs réelles ;
- pour la recherche du rayon de convergence d'une série entière, l'utilisation systématique de la règle de D'Alembert (il faut de plus vérifier que l'on ne divise pas par 0) directement sur les coefficients (ce qui pourtant n'est pas au programme) est fautive lorsque le terme général est du type $u_n x^{2n}$;
- les théorèmes concernant les intégrales à paramètres sont souvent bien connus. Malheureusement, la manipulation des inégalités pose souvent problème pour la mise en œuvre de ces théorèmes ;

- l'étude des suites récurrentes ($u_{n+1} = f(u_n)$) est souvent décevante ; pas de représentation de la fonction f , confusion entre monotonie de la fonction et de la suite, méconnaissance du théorème des accroissements finis ;
- dans les espaces vectoriels euclidiens, le calcul de la distance entre un vecteur et un sous espace pose problème, de même que la recherche du projeté orthogonal lorsqu'une base orthonormée est donnée ;
- la méthode consistant à résoudre l'équation matricielle : « $AX = X$ » ne donne l'image d'une application linéaire que dans le cas où il s'agit d'un projecteur ;
- quant à la géométrie dans l'espace, quelques étudiants pensent à tort qu'il suffit d'un point et d'un vecteur directeur pour définir un plan, d'autres ont parfois du mal à distinguer un point d'un vecteur directeur d'une droite donnée.

Conclusion

À la grande satisfaction des examinateurs, la plupart des candidats a visiblement effectué un travail sérieux et de haute qualité lors des deux ou trois années en classes préparatoires. Ils invitent les futurs candidats à suivre ces exemples et leur souhaitent à tous bon courage.