MATH 2 - ANALYSE

Rapporteur Mademoiselle Amélie DETAIS

Présentation de l'épreuve

Le sujet, d'une durée de 3 heures, se composait d'un problème constitué de quatre parties. Celles-ci abordaient de larges domaines du programme d'analyse : la partie I avait pour objet l'étude d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles ; la partie II s'intéressait à la résolution d'une équation différentielle linéaire scalaire d'ordre 1 en utilisant les intégrales impropres dépendant d'un paramètre ; la partie III abordait à nouveau les intégrales impropres, mais également les suites réelles et séries entières ; enfin, la partie IV testait les connaissances d'algorithmique des candidats.

Remarques générales

L'épreuve a été globalement mieux réussie que l'an dernier. Le sujet étant très progressif, il a permis aux candidats sérieux de s'exprimer. La présentation des copies est dans l'ensemble acceptable. Cependant, peu font l'effort d'encadrer leurs résultats finaux et l'orthographe laisse encore à désirer. Par ailleurs, la rédaction se résume malheureusement à beaucoup de calculs mais peu d'explications ou justifications. Cela semble préoccupant pour de futurs ingénieurs. En général, les quatre parties du problème ont été abordées. Les notes étant assez éparses, cette épreuve a permis de bien classer les candidats, avec, ce qui est remarquable, de très bonnes notes.

Remarques particulières

La première partie a été la plus réussie. Cependant, on a pu remarquer de grosses imprécisions. Par exemple, le caractère C1 d'une fonction n'est pas équivalent à ses continuité et dérivabilité (quand celles-ci sont correctement justifiées…), la continuité à gauche ne se montre pas en regardant si « la fonction est prolongeable par continuité » à gauche du point, l'existence d'une limite à la dérivée en un point ne suffit pas à montrer la dérivabilité en ce point…On pourra par ailleurs regretter que les graphes soient aussi approximatifs, avec notamment l'absence d'échelle, de quelques points représentatifs, la non utilisation de la demi-tangente à gauche en 0 obtenue plus tôt. L'énoncé demandait explicitement les asymptotes, les candidats n'en ont pas toujours tenu compte, une phrase aurait été bienvenue.

La partie II s'intéressait à l'étude d'une équation différentielle linéaire d'ordre 1. La résolution de l'équation homogène a été dans l'ensemble correcte, si l'on met à part l'utilisation de la variation de la constante pour l'obtention des solutions de cette équation différentielle homogène (on peut également souligner quelques fautes de signe). La convergence d'une intégrale ne semble pas revêtir la même signification pour tous les candidats. Une partie extrêmement réduite des candidats pense à étudier la continuité de l'intégrande. Ils sont encore moins nombreux à remarquer que la fonction est continue en 0. Certains candidats pensent que le fait que la fonction soit définie sur $\mathbb{R}^+$ ou qu'elle admette une limite nulle en l'infini suffit à la convergence de l'intégrale. Parmi ceux qui ont réellement saisi le problème, un nombre certain utilisent le caractère magique de la négligeabilité devant $t \mapsto 1/t^2$ sans évoquer la positivité de la fonction, ou à défaut que la négligeabilité établit une absolue convergence. La question 3 rappelle quelques vagues souvenirs aux candidats qui, bien souvent, s'emmêlent dans les hypothèses. Certains pensent s'en sortir en énonçant toutes les hypothèses possibles, allant jusqu'à calculer la dérivée partielle par rapport à la variable d'intégration ! Seulement, l'hypothèse de domination n'a pu, dans la très grande majorité, être obtenue de manière correcte. Les dernières questions ont pu rapporter quelques points à ceux qui ont fait l'effort de prendre un peu de recul sur la partie.

La partie III a mis en lumière l'inégalité des copies. Dans la première question, si certains ont reconnu une somme géométrique, une bonne partie ne semble pas connaître la valeur de la somme partielle, donc essaie de conclure avec la valeur de la somme de la série, ou avec des résultats locaux, développement limité ou théorème de Taylor. La question 2 a confirmé les difficultés des candidats à montrer la convergence d'une intégrale (le mot « existence » ayant visiblement gêné certains). On regrettera dans la question 3 que les candidats ne prennent pratiquement jamais la peine de poser l'intégrale sur un segment $[0, A]$ (A à faire tendre vers l'infini) pour le calcul de 3.1. ou pour intégrer par parties. Quand ils y pensent, c'est généralement pour confondre l'intégrale sur $\mathbf{R}^+$ et celle sur $[0, A]$…L'utilisation d'une récurrence dans la question 3.3 n'a pas sauté aux yeux des candidats. L'étude du sens de monotonie d'une suite grâce au rapport de deux termes consécutifs n'est pas évidente pour tous les candidats, tandis que beaucoup semblent savoir utiliser correctement leur calculatrice. Le rayon de convergence a posé problème à une majorité des candidats, tant au niveau de sa valeur que de l'utilisation précise de la règle de D'Alembert. Enfin, beaucoup se contentent de paraphraser la citation de Poincaré, au lieu de présenter la série l'illustrant.

Concernant la partie d'algorithmique, elle a été relativement peu abordée, et mal réussie. La première question a montré que peu de candidats comprenaient le sens d'une boucle *for*. L'écriture du programme a été peu concluante, les candidats ne connaissant pas bien la syntaxe des logiciels proposés ou, a contrario, voulant compliquer les choses avec une procédure. Encourageons à nouveau les candidats à travailler de façon sérieuse cette partie du programme, qui est valorisée dans l'épreuve.

Conclusion

Nous conseillons aux candidats un apprentissage plus précis du cours, afin de donner des justifications claires et argumentées à leurs réponses. Nous les encourageons également à travailler la majoration, ou minoration, d'expressions, afin d'éviter les inégalités fantaisistes.