

Rapport sur l'épreuve orale de mathématiques 2010

Déroulement de l'épreuve :

L'épreuve orale de mathématiques dure une heure, elle se décompose en deux périodes d'égale durée. Lors de la première période, le candidat reçoit un sujet et il prépare les solutions qu'il va exposer oralement au tableau pendant la deuxième période.

Un sujet d'oral est composé d'au moins deux parties avec des questions d'analyse et des questions d'algèbre ou de géométrie. Rappelons que les questions posées portent sur l'ensemble des programmes de première année PCSI et de deuxième année PSI.

Remarques générales :

S'il existe des écarts de niveau très importants entre les candidats, il semble que peu d'étudiants très faibles en mathématiques aient franchi la barrière de l'écrit. En général le cours est assez bien connu et les candidats arrivent à traiter, au moins partiellement, les questions classiques de deuxième année, signe que ce sont des jeunes gens sérieux et travailleurs.

Les principales difficultés proviennent souvent d'une mauvaise assimilation de notions introduites dans le cours, mais aussi d'un manque de rigueur ou de précision sur les hypothèses (ou les conclusions) d'un théorème.

Des faiblesses d'ordre logique sont fréquentes, comme la confusion entre équivalence et implication, mais les remarques les plus souvent signalées par les interrogateurs concernent les manipulations pour le moins désinvoltes des inégalités ou des valeurs absolues et l'oubli des notions et techniques acquises en première année de classe préparatoire ou en classe de terminale.

Remarques particulières :

En analyse :

Les théorèmes importants sont connus et cités correctement ; les difficultés concernent l'application de ces théorèmes à l'exercice proposé, car des notions comme convergence dominée, convergence uniforme, convergence normale ou même fonction de classe C^1 par morceaux sont peu claires dans l'esprit de nombreux candidats.

On entend assez souvent des étudiant affirmer que la convergence uniforme sur tout segment contenu dans un intervalle I , entraîne la convergence uniforme sur l'intervalle I .

L'assimilation du fait que la domination locale peut être suffisante pour une étude d'intégrale à paramètre, n'est pas très répandue et il en résulte de nombreux blocages.

Les exercices sur les séries ont été révélateurs de faiblesses sur les développements limités les plus simples, sur les séries entières ou même sur les séries géométriques. Lors de la recherche du rayon de convergence d'une série entière, de nombreux candidats affirment que si l'expression u tend vers 1 et si l'expression v tend vers ∞ , alors u^v tend vers 1, ne reconnaissant pas une forme indéterminée classique.

Plus d'un candidat s'est trouvé gêné face à une équation différentielle linéaire, soit par oubli des méthodes de variation de la (ou des) constante, soit bloqué devant le calcul d'une

primitive de fonction du type $\frac{ax+b}{x^2-1}$; le seul réflexe étant alors de séparer $\frac{ax}{x^2-1}$ de $\frac{b}{x^2-1}$!

En algèbre et géométrie :

Les questions utilisant une notion de première année se sont vite révélées délicates : Tout calcul avec des nombres complexes est laborieux, résoudre $z^n = 1$, même lorsque $n = 3$, se révèle un exercice périlleux. Les notions de trigonométrie s'effacent, $1 - \cos^2 \alpha$ n'est plus forcément remplacé par $\sin^2 \alpha$, seuls quelques candidats sont aptes à tracer un arc de courbe défini en coordonnées polaires.

Concernant l'algèbre linéaire, les candidats ont souvent l'habitude d'appliquer des procédures automatiques, sans les précéder d'une réflexion. Ceci est particulièrement en évidence lors d'un calcul de déterminant ou lorsqu'il s'agit de chercher les éléments propres d'une matrice de rang 1. De façon générale, la trace, le rang d'une matrice ou le caractère n-linéaire alterné d'un déterminant sont insuffisamment exploités.

La projection orthogonale d'un vecteur x sur un sous-espace vectoriel H se résume souvent à une formule du type $p(x) = \sum (x|e_i)e_i$, que les étudiants ont du mal à adapter si (e_i) n'est pas a priori une base orthonormale de H .

Concernant les endomorphismes symétriques, si les candidats savent en général qu'ils sont diagonalisables, ils oublient parfois que les sous-espaces propres sont orthogonaux.

Les candidats craignent les questions de géométrie, d'une part parce que ce secteur est souvent négligé et d'autre part parce qu'elles demandent assez souvent de la réflexion et de l'initiative. Rappelons que la géométrie de première et de deuxième années fait partie du programme et se retrouve dans les sujets de l'oral.

Le temps de l'épreuve orale passe très vite pour un candidat ; pour être le plus efficace possible dans le temps de préparation, quelques instants de réflexion appliquée à la lecture du sujet ne sont sans doute pas inutiles de façon à effectuer un travail aussi adapté que possible aux questions posées. Au tableau, une maîtrise, une exposition claire et une analyse critique des résultats, en particulier sur la cohérence, seront appréciées.

François Gauthier