ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES II

par Pierre MARRY

Pour cette épreuve d'Analyse, la moyenne générale est de 9,42 et l'écart type de 4,02. Ces paramètres ne suffisent cependant pas à rendre compte de l'extraordinaire hétérogénéité que l'on a pu constater entre les enveloppes de vingt copies remises aux correcteurs. Par exemple, *chez un même correcteur* (ce qui élimine son équation personnelle), l'enveloppe la meilleure a une moyenne de 10,6 et la plus mauvaise une moyenne de 3,5.

Trop habitués les années précédentes au flou des candidats quant aux hypothèses des "grands" théorèmes du programme (interversion de lim et $\int$, de $\int$ et $\sum$, dérivation sous les signes $\int$ et $\sum$), la vérification desdites hypothèses faisait dans le problème l'objet de questions explicites. Pour appliquer le théorème, il ne suffisait plus en principe au candidat qu'à énoncer correctement les hypothèses et mentionner qu'elles avaient été vérifiées dans les questions précédentes. Les correcteurs ont pu alors se rendre compte que beaucoup de candidats n'ont qu'une idée vague de la façon dont s'articulent ces hypothèses. Par exemple, beaucoup pensent que pour que la somme d'une série de fonctions de classe $\mathcal{C}^p$ soit de classe $\mathcal{C}^p$, dérivable p fois terme à terme sur un intervalle I, il suffit que la série de fonctions converge simplement sur I et la série des dérivées d'ordre p converge normalement sur I. Même type d'erreur pour la dérivation sous le signe $\int$.

Très peu de candidats ont pris en compte le fait que pour que la somme d'une série de fonctions soit définie en un point, deux conditions doivent être vérifiées : que chaque terme de la série soit défini en ce point, et que la série converge en ce point.

Un nombre inquiétant de candidats affirme que la convergence normale sur tout segment contenu dans un intervalle implique la convergence normale sur cet intervalle.

En ce qui concerne le théorème de la convergence dominée, rappelons que la seule version au programme concerne les suites de fonctions. Si l'on veut l'étendre aux intégrales dépendant d'un paramètre continu, il convient donc de montrer que le théorème s'applique pour toute suite extraite et d'invoquer ensuite la caractérisation séquentielle de la limite.

Pour établir l'intégrabilité d'une fonction sur $[0,+\infty[$ la plupart des candidats juge nécessaire d'établir *l'intégrabilité en* 0, alors même que le prolongement par continuité a été démontré précédemment, puis *l'intégrabilité en* $+\infty$, mais ne se soucie pas du comportement de la fonction entre ces deux bornes.

En dehors de ces considérations générales, voici quelques unes des erreurs les plus fréquemment rencontrées :

- pour tout $x \in]-1,+\infty[$ on a $\dfrac{1}{(x+n)^2} \leq \dfrac{1}{n^2}$.
- pour tout $x \in]-1,+\infty[$ on a $U(x+1) < U(x)$ donc U est strictement décroissante sur $]-1,+\infty[$.
- $\varphi(x)$ est défini pour tout $x \in]-1,+\infty[$, donc le domaine de définition de φ est $]-1,+\infty[$.
- si $\forall x \in]-1,+\infty[$ on a $\varphi(x+1)-\varphi(x) = U(x+1)-U(x)$, alors $\varphi = U$ sur $]-1,+\infty[$.
- une fonction périodique de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux est égale à la somme de sa série de Fourier.
- une primitive d'une fonction 2π-périodique est 2π-périodique.

Il serait souhaitable que les candidats prennent conscience qu'un raisonnement mathématique, même si l'idée générale est bonne, ne peut pas rester au stade de l'à-peu-près, et prennent le temps de rédiger des démonstrations précises, quitte à aborder moins de questions. Cela ne les pénaliserait pas, dans la mesure où le barême sanctionne en général assez lourdement les démonstrations imprécises ou incomplètes. Il serait également souhaitable qu'ils aient une connaissance précise des hypothèses des théorèmes qu'ils comptent utiliser.

Cette année pour la première fois une note de 0 à 5 points (sur 105) était attribuée à la présentation et à la rédaction des copies, ce qui a permis de donner un coup de pouce aux candidats qui ont remis des copies bien présentées (2 points), avec des explications en français entre les lignes de calculs (2 points), et utilisant des termes précis (1 point).