

## Rapporteur Monsieur Rémi COUTENS

Le but principal du sujet était l'obtention du tracé d'une ellipse à l'aide d'intersections de droites. On y utilisait à la fois des résultats de première année (formule de changement de bases, symétrie quelconque, caractérisation du cercle de diamètre  $[A,B]$ , aire d'un parallélogramme) et de seconde année (algèbre bilinéaire, matrices symétriques réelles, réduction des coniques dans des repères orthonormés).

Une malencontreuse erreur de manipulation de fichiers a conduit à faire disparaître certains délimiteurs (parenthèses, crochets) lors de l'impression. La plupart du temps, les candidats ont su rétablir les caractères manquants. Néanmoins, la disparition des crochets à la question **I.3** en a gêné certains et pouvait du coup les contraindre à abandonner les questions **I.3** à **I.5**. Les correcteurs ont été compréhensifs et indulgents pour ces questions. Notons que certains passent directement à la partie **II** alors qu'ils auraient pu traiter les questions **I.6** et **I.7**

### Remarques générales

Nous notons avec satisfaction que les candidats lisent les rapports précédents car cette année le théorème « spectral » (celui concernant les matrices symétriques réelles) est bien connu. De même, la présentation des copies est bonne et il est très rare d'avoir à sanctionner une copie mal présentée. Hélas, la remarque du rapport précédent concernant l'orthographe demeure valable pour certains candidats.

Toutefois les résultats sont moins satisfaisants que l'année précédente notamment parce qu'on rencontre des copies extrêmement faibles. En dehors de quelques copies brillantes, les parties les mieux réussies dans l'ensemble sont le préliminaire et la partie **II** (plus théorique certes mais assez classique). La partie **III** est, elle, très peu abordée. Si les calculs sur les matrices sont en général bien menés, on constate en revanche de grandes confusions quant à ces objets (matrices **colonnes** pour représenter des vecteurs, matrices **carrées** pour les matrices de passage, pour les endomorphismes).

### Préliminaire

La formule incontournable de changement de bases (ou la notion de matrice de passage ?) est très mal connue. Heureusement la question **I1b** (ou la question **I6**) a permis à de nombreux candidats de la rétablir correctement.

À propos de la question **P1b**, la majorité des candidats n'a pas compris que l'on attendait *deux* arguments (à savoir l'identification des coordonnées d'une part et d'autre part l'écriture a priori de la matrice passage) et se contente d'une traduction matricielle de la relation fournie par l'énoncé.

**P2** Moins de 50% des candidats reconnaissent un cercle centré à l'origine et de rayon 1...

**P3** Bien réussie dans l'ensemble (quelques erreurs dues au facteur  $1/16$  devant la matrice) sauf le fait qu'on demandait une matrice ***R* orthogonale** ce qui est rarement le cas des réponses données (quelques uns ne « contrôlent » que le fait que les colonnes sont effectivement orthogonales ce qui pourtant n'a rien de surprenant si on a remarqué que la matrice était symétrique réelle et qu'on a

bien compris le cours). Qu'on nous permette d'insister : les colonnes doivent être de norme 1.

## Partie I

**I.1** Quelques réponses étranges pour cette question simple.

**I.2** Rappelons qu'en général on justifie une égalité d'ensemble par une double inclusion. Certains se contentent de « *si  $v$  est positif alors  $-v$  est négatif* », en dehors du fait qu'il fallait aussi signaler que les carrés étaient les mêmes, cela ne montre pas l'**égalité** des deux ensembles.

**I.5** Peu ont compris qu'on pourrait obtenir la courbe représentative de  $\varphi$  dans le repère *oblique*, puis faire la symétrie *oblique*, ce qui fait que la réponse apportée pour la partie du dessin demandée est rarement correcte.

**I.6** et **I.7** Sont majoritairement bien faites par les candidats sérieux.

## Partie II

**II 1 à 3** Plutôt bien faites mais attention à la rédaction pour justifier les « *si, et seulement si,* »

**II 4** La relation sur les normes est rare. La conclusion sur les valeurs propres est plus généralement obtenue malgré un manque de rigueur (il fallait utiliser  $X$  non nulle pour pouvoir diviser par  $\|X\|^2$ ). Notons également quelques confusions entre « *positives* » et « *strictement positives* ».

**II. 5** Là encore plutôt bien faites mais chez les plus faibles des confusions entre les notions inversible/symétrique/diagonalisable... Quant à l'adjectif « *réversible* » il ne fait pas partie du vocabulaire mathématique !

## Partie III

Très peu abordée en dehors de l'orthogonalité des deux droites au **III.4**. Quelques courageux obtiennent les coordonnées du point d'intersection ET vérifient l'appartenance au cercle. Une poignée de candidats nous a fait la joie d'évoquer le cercle de diamètre  $[A,C]$ .

Notons encore une fois un manque de rigueur au **III.3** : dans l'ensemble les candidats traitant cette question ont compris l'utilisation du théorème admis au préambule mais ceux qui vérifient qu'on peut effectivement l'utiliser (il s'agissait de justifier  $f$  bijective) sont rares.

## Conclusion

On notera que les calculs demandés étaient assez simples, d'autant plus que la calculatrice était autorisée, mais qu'on attendait des justifications claires et précises.

Nous espérons que les futurs candidats feront aussi bien que ceux de cette année concernant les techniques habituelles (inverse de la matrice  $Q$ , valeurs propres et espaces propres de la matrice  $A$ , réduction de la conique au **I7**) et qu'ils feront preuve de davantage de rigueur à la fois lors de l'apprentissage des concepts et des théorèmes du cours (de première comme de seconde année) et dans la rédaction de leurs argumentations.

## Mathématiques 2

