Rapporteur Monsieur Gilbert MONNA

Le sujet se composait d'un exercice sur les séries de fonctions et d'un problème de géométrie mettant en œuvre des outils d'analyse.

La présentation a été très inégale, certains candidats, assez rares, prennent la peine d'encadrer les résultats et d'écrire lisiblement (mais beaucoup de copies sont de bien piètre qualité). Dans le même ordre d'idée la rédaction est rarement bonne. Rappelons que la résolution d'un problème de mathématique ne consiste pas à aligner des formules mais à expliquer une démarche tout en la mettant en œuvre. Il est vivement conseillé aux futurs candidats de faire un sérieux effort dans ce sens.

Le traitement de l'exercice a été décevant, mettant en évidence des lacunes considérables chez les candidats.

A la première question, la majoration de la valeur absolue (souvent oubliée) du terme général par celui d'une série géométrique convergente semble naturelle, alors que nous avons trouvé un recours quasi obsessionnel à la règle de D'Alembert qui n'avait aucune chance de donner un quelconque résultat dans ce cas précis. Ceux qui n'avaient pas pensé à utiliser une série géométrique majorante à la première question avaient bien peu de chances de penser à utiliser une série géométrique complexe pour traiter la question 1.b, qui a de ce fait été réussie par une très faible proportion de candidats.

La question 2 pouvait dérouter par sa simplicité, puisqu'il s'agit simplement au 2.a de s'assurer qu'un dénominateur ne s'annule pas, condition connue d'une bonne proportion de candidats. La question 2.b se résume à une réduction au même dénominateur, pour montrer que le calcul précédent permet d'écrire la fonction étudiée comme somme d'une série de Fourier. Elle a été très peu traitée, on peut conseiller aux futurs candidats de regarder plus attentivement avant de passer à la suite, il y avait là une question très facile et la plupart des candidats sont passés à coté.

Le problème commençait par une équation différentielle linéaire homogène du premier ordre. A peu près tous les candidats connaissaient la formule, mais tous ne trouvent pas une primitive exacte et encore moins terminent les calculs sans incident. Toutefois, la performance reste honorable et la question aura au moins été très discriminante. La méthode de variation de la constante est en général connue, mais il y a beaucoup d'incidents de parcours dans sa mise en œuvre, quelquefois au niveau de la conclusion.

Le volet géométrique commençait avec la partie II par la recherche des équations cartésienne et polaire des ovales de Cassini. Il n'y a pas de difficulté théorique, de fait les candidats sérieux sont capables d'écrire la distance de deux points en coordonnées cartésiennes puis de passer dans le repère polaire. Certains sont probablement impressionnés par le résultat trouvé, il s'agit d'une équation du quatrième degré, mais on peut la simplifier avec quelques calculs algébriques élémentaires.

La question 2 a été très peu traitée et encore moins réussie, les candidats étant incapables de discuter le signe des racines d'une équation du second degré sans les calculer.

L'énoncé précisait pourtant que cela n'était pas la bonne méthode, les malheurs avec l'équation du second degré continuaient.

A la troisième question on s'intéresse à deux valeurs particulières du paramètre k (celles pour lesquelles on passe de deux courbes disjointes à une seule courbe) qui donnent une lemniscate de Bernouilli. Les résultats ont été très décevants : il s'agit de l'étude, assez simple, d'une courbe en polaire, et pour ne pas bloquer les candidats, l'énoncé donnait l'équation polaire..... Soit les candidats n'ont pas vu qu'il y avait là une question indépendante, soit ils sont incapables d'étudier une courbe en coordonnées polaires... On pouvait même s'attendre à de nombreux tracés corrects dus à l'utilisation des calculatrices, alors que nous avons vu assez peu de lemniscates et quelques courbes éventuellement très artistiques mais sans grand rapport avec la réalité. Signalons à propos de cette question qu'il est indispensable d'indiquer le repère sur une représentation graphique.

On découvrait à la troisième partie le conoïde de Plûcker, objet du problème. On commençait par une introduction du repère cylindrique, particulièrement indiqué pour étudier une surface conoïde.

La question 1 a été plutôt bien réussie, montrant que l'enseignement de la géométrie porte ses fruits.

A la question 2.a, beaucoup trouvent l'équation du conoïde de Plücker dans le repère cylindrique, mais la notion de nappe paramétrée est inconnue pour la quasi-totalité des candidats. Il s'agit pourtant d'une généralisation naturelle de la notion de courbe paramétrée....

Les questions 2.b et 2.c demandaient une certaine vision géométrique... la première a été rarement réussie, la deuxième pas du tout.

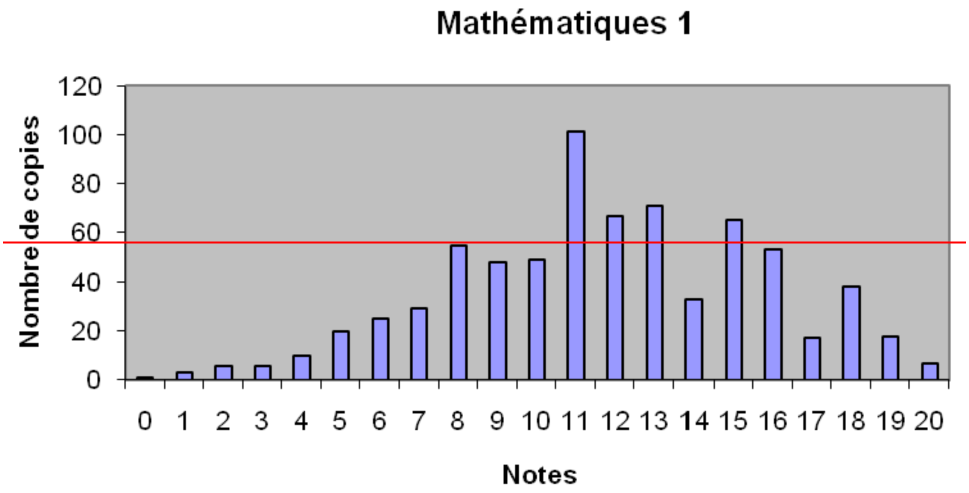
Pour traiter les questions 3 et 4, il fallait disposer de la nappe paramétrée, donc elles n'ont pratiquement jamais été abordées.

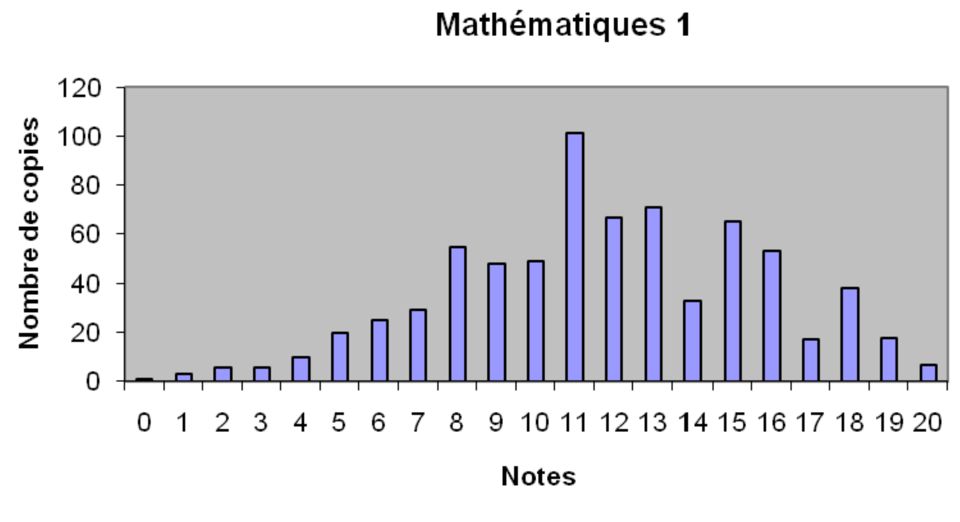
A la partie IV on arrivait à l'objet du problème, qui était l'étude des lignes asymptotiques du conoïde de Plücker.

La question 1 reprend des généralités sur les courbes tracées sur une surface. On trouve une certaine intuition géométrique chez quelques candidats qui comprennent que la tangente à une courbe tracée sur la surface est contenue dans le plan tangent, alors que dans la partie précédente ils n'ont pas pensé que pour une surface conoïde la génératrice passant par un point est contenue dans le plan tangent en ce point.... Il y a là une différence nette de compréhension entre les courbes et les surfaces qu'il est intéressant de signaler aux enseignants.

La question 2 est traitée par une faible proportion de candidats, ceux qui savent manipuler le repère cylindrique.

Curieusement, des candidats qui ont parfaitement traité la question 3 n'avancent que de mauvais arguments pour traduire la condition pour qu'une courbe soit une ligne asymptotique. Quelques uns quand même obtiennent la bonne équation différentielle, remarquent que c'est celle traitée au début et certains en déduisent que les lignes asymptotiques se projettent sur des lemniscates de Bernouilli. Les question 3.b et 3.c permettaient de comprendre pourquoi l'équation différentielle caractérisant les lignes asymptotiques était du premier ordre, alors que l'intervention du plan osculateur, donc du vecteur dérivé seconde, laissait prévoir une équation du second ordre. Toutefois, cette dérivation le long de la courbe était de la géométrie différentielle un peu trop compliquée pour une épreuve en temps limité, mais les futurs candidats pourront l'étudier avec profit pour préparer une autre épreuve éventuelle de géométrie.


Mathématiques 1
Nombre de copies
Notes
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
0 20 40 60 80 100 120


Mathématiques 1
Nombre de copies
Notes
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
0 20 40 60 80 100 120