

RAPPORT de MATHÉMATIQUES 1

A- Remarques d'ordre général

1. Erreurs les plus fréquentes

De manière générale, on note un manque de justification. La vérification des hypothèses des théorèmes ou propriétés utilisés est souvent oubliée par les candidats.

Le recollement des solutions de l'équation différentielle de l'exercice 1 n'a quasiment pas été traité correctement.

L'utilisation du théorème de LEIBNIZ à la question 2a. de l'exercice 2 a posé de grosses difficultés à un trop grand nombre de candidats.

La notion de contraction stricte n'a pas été bien comprise. Beaucoup de candidats pensent que la propriété suivante est vraie : *si $(E, \|\cdot\|)$ est un espace vectoriel normé et si $f : E \rightarrow E$ vérifie $\|f(x) - f(y)\| < \|x - y\|$ pour tout x, y distincts dans E alors on peut trouver $k \in [0, 1[$ tel que $\|f(x) - f(y)\| \leq k \|x - y\|$ pour tout $(x, y) \in E^2$.*

2. Remarques sur le texte, sa compréhension

Dans le problème, partie II question 2a, le résultat proposé est faux lorsque $x = y$. Cette imprécision a été notée par un petit nombre de candidats.

Le texte a été globalement assez bien compris et abordé dans sa totalité par une majorité de candidats.

3. Bilan

Il y a de très bonnes copies avec des rédactions remarquables mais il y a aussi un trop grand nombre de copies très mauvaises. Certains candidats n'ont pas voulu faire l'effort de rédaction nécessaire et cela leur a été préjudiciable.

L'exercice 1 est celui qui a été le moins abordé.

Certains candidats n'ont pas fait non plus l'effort de présentation nécessaire, certaines copies pouvant même être qualifiées de « brouillon ». Cela a bien sûr un impact sur l'appréciation de la copie.

B- Rapport détaillé

Exercice 1

Comme cela a déjà été dit cet exercice a été le moins traité, ce qui est étonnant pour des notions de première année relativement faciles. La méthode de variation de la constante est en général bien connue mais est mise en œuvre de manière plus ou moins détaillée.

Les rares candidats ayant attaqué le recollement des solutions ont manqué de rigueur dans la rédaction et se sont souvent contentés d'un recollement par continuité.

Exercice 2

Exercice très classique. Certains candidats tentent de justifier la dérivabilité de f à l'aide du théorème de LEIBNIZ. On rencontre aussi beaucoup de justification du style : « f étant la primitive de $t \mapsto e^{-t^2}$ et cette dernière fonction étant continue, F est bien de classe C^1 »

On peut rappeler ici l'énoncé du théorème fondamental. Soient I un intervalle de \mathbb{R} , $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue. Alors pour tout a dans I la fonction

$$F = \left(\begin{array}{l} I \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto \int_a^x f(t) dt \end{array} \right)$$

est de classe C^1 avec $F' = f$.

Dans l'utilisation du théorème de LEIBNIZ, l'hypothèse de domination est absente ou mal comprise. Le reste de l'exercice est assez bien traité.

Problème

Partie I

- *Question 1a.* Il y a eu des confusions entre les modes de convergence... La convergence absolue implique la convergence lorsque l'on travaille dans un espace de BANACH : cela a été oublié par de nombreux candidats, sans doute à cause de l'habitude de travailler en dimension finie.
- *Question 1b.* Un certain nombre de candidats pensent que si $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_{n+1} - x_n = 0$ alors la suite (x_n) est de CAUCHY ou convergente.
- *Question 1c.* La continuité de f a souvent été oubliée.
- *Question 1d.* Il y a eu des confusions avec l'unicité de la limite pour une suite.

Partie II

- *Question 2.* Certains candidats écrivent l'inégalité des accroissements finis avec le symbole $<$. D'autres pensent que si $|f'(t)| < 1$ pour tout t réel alors $\sup_{t \in \mathbb{R}} |f'(t)| < 1$.
- *Question 3b.* Trop souvent, les candidats se contentent de « *une récurrence immédiate donne le résultat* ».
- *Question 3c.* On note souvent l'oubli de la continuité de f pour montrer que f est constante.
- *Question 4.* Assez bien traitée dans l'ensemble. Il y a eu quelques confusions entre compact et complet à la question 4a, question qui a gêné beaucoup de candidats incapables d'avancer une argumentation claire.

Partie III

- *Question 5a.* Les passages à la borne supérieure ne sont souvent pas justifiés et le caractère positif d'une norme est souvent oublié.
- *Question 5c.* Question de cours peu abordée et mal traitée en général, même par les meilleurs candidats. Il y a un manque de rigueur notable sur le statut des objets (lesquels sont fixés, lesquels bougent...).
- *Question 5d.* Beaucoup de candidats semblent ignorer qu'une partie fermée d'un espace de BANACH est complète.
- *Question 6b.* Des erreurs du type : « *puisque $\|\Phi(f) - \Phi(k)\|_\infty < \|f - k\|_\infty$ alors Φ est une contraction stricte* ».

Partie IV

Cette partie a été assez bien abordée par les candidats même si le problème de la valeur absolue n'a que peu été traité. Beaucoup de candidats font heureusement une figure.

C- Conclusions

L'épreuve était de longueur raisonnable et comprenait beaucoup de questions abordables et guidées. Elle a cependant permis d'étaler les notes faisant apparaître des écarts progressifs et nets entre les candidats.