

---

## ALGÈBRE

### Rapporteur Monsieur Pierre BONIN

Le but du problème était d'établir une méthode itérative de résolution d'un système linéaire (équation de la chaleur). Il fallait tout d'abord établir quelques propriétés sur les suites de matrices. On se plaçait dans le cas de matrices diagonalisables, le début du sujet proposait donc quelques exercices de diagonalisation.

#### Remarques générales :

Les questions relativement brèves ont permis une répartition des notes sur l'échelle disponible.

On a remarqué la bonne présentation des copies. La majorité des candidats tente de rédiger, même si c'est souvent de façon maladroite. L'orthographe est souvent assez incertaine.

Très peu de copies sont de bas niveau (leur proportion semble en baisse) et comme chaque année on en trouve de très bonnes voire excellentes.

Les parties les plus théoriques n'ont pas été traitées malgré leur simplicité.

- On notera :
- la méconnaissance générale de la double implication ou de SSI (Si et seulement Si) ou de CNS (Condition Nécessaire et Suffisante),
  - l'amalgame de propriétés matricielles (diagonale, diagonalisable, symétrique, inversible, " on sait diviser par une matrice ", " suite décroissante de matrice !!!").

#### Preliminaire.

- Les conditions de diagonalisations sont méconnues. De nombreux calculs inutiles pour déterminer les sous-espaces propres.
- Trop de candidats ont délaissé leur calculatrice. Des résultats étonnants " $i + 10^{-15}$ ".
- Néanmoins les matrices étaient données afin que les calculs soient faisables assez aisément à la main. Point positif : dans la majeure partie des cas, les polynômes caractéristiques obtenus furent justes.
- Ne pas oublier quelques recettes pour vérifier les calculs, la Trace par exemple.

#### Partie 1.

Très mal traitée, on établit la limite du produit sans introduire le produit matriciel !

Des confusions entre suite et série et une mauvaise manipulation des complexes.

Question 4 : pour les questions 4.1 et 4.2, l'idée générale est comprise par la majorité des candidats.

Des maladresses pour la rédaction de la divergence : dire d'une suite complexe qu'elle tend vers  $+\infty$  n'a pas de sens. Toujours sur la question 4.2, des confusions entre il existe  $i$  et quel que soit  $i$ .

Peu de candidats ont vu le rôle de  $z$  non nul.

## **Partie 2**

Le produit matriciel n'est pas commutatif.

Critère d'unicité de solution pour un système linéaire méconnu.

### En détail:

Question 1 : à peine la moitié des candidats a eu les points, ce qui est plutôt décevant.

Question 2 : très décevant. Peu ont vu qu'il y avait à montrer existence ET unicité. Peu connaissent l'utilisation des équivalences pour résoudre une équation. On rencontre également des produits matriciels effectués dans le mauvais sens. Bref, autant les examinateurs ont eu quelques agréables surprises par moment, autant cette question a souligné toutes les faiblesses en logique de la majeure partie des candidats.

Question 4 : traitée sans difficulté par la moitié des candidats qui l'ont abordée. Le lien avec la partie I a bien été compris.

## **Partie 3**

Assez peu traitée, " le côté informatique " et application numérique sont trop souvent oubliés.

### En détail:

Seulement un tiers des candidats a réussi à donner correctement les matrices A et B. Ainsi cette partie a été très peu traitée.

Question 3 : les candidats ont-ils pris au sérieux la partie "informatique" du programme qu'ils ont reçu pendant l'année ? Une dizaine seulement a tenté de rédiger cette question, et parmi eux la moitié a fait preuve d'une incompetence totale vis à vis de la programmation : ce qu'ils ont écrit ne ressemblait en RIEN à une syntaxe connue.

Seuls quelques candidats ont su écrire quelque chose qui était à peu près correct : initialisation, boucle, et écriture syntaxiquement correcte.

Quelques trop rares copies présentent l'application numérique.

Question 4.1 : toujours les problèmes de logique.

La suite de la partie III a été très peu abordée.

## **Partie 4 :**

Les premières questions plutôt théoriques sont délaissées ou mal traitées.

### En détail :

Globalement peu abordée, sauf pour la question 4.

La question 1 a été traitée par environ 10 % des candidats qui ont compris le lien entre  $AE_i$  et les colonnes de A.

La question 2 n'a pas été une seule fois correctement traitée. Toujours le problème de logique.

Question 3 : le lien avec la question 2 n'a pas toujours été compris.

Question 5 : très peu ont vu que la matrice proposée était symétrique réelle.

Question 6 : traitée par environ 10% des candidats, de façon maladroite.

Question 7 : les quelques candidats qui l'ont traitée se sont tous fourvoyés en confondant les vp de  ${}^tAA$  avec celles de A.

Question 8 et 9 : non traitées.

### **Bilan :**

On a eu un premier tiers de copies satisfaisantes, de candidats qui ont compris dans les grandes lignes le problème, et qui ont la maîtrise calculatoire minimale.

Le dernier tiers de copies est tout à fait insuffisant.

Le tiers du milieu est fragile : quelques techniques de calculs connues, mais mal maîtrisées. Le sens profond n'en est pas tout à fait compris.

### **Conseils et encouragements pour les années futures :**

- Dans leur ensemble les copies sont bien présentées, il faut poursuivre en ce sens. Bien rédiger les questions plutôt que d'essayer d'en faire le maximum de façon superficielle ou erronée. Numéroté correctement les copies.
- Surveiller la rigueur, son absence est encore monnaie courante.
- Se munir d'une calculatrice et savoir l'utiliser !
- Apprendre le cours et connaître les résultats inscrits au programme.
- Garder l'esprit critique sur les résultats notamment les résultats calculatoires.