

Observations générales

Le problème proposait quelques applications des matrices de Gram à la géométrie. Toutefois les connaissances utiles étaient essentiellement des notions d'algèbre linéaire et d'algèbre bilinéaire.

Il était également demandé aux candidats d'écrire un petit algorithme et de l'appliquer sur des exemples à l'aide de la calculatrice. Beaucoup de candidats ont évité cette question et pourtant elle permettait de gagner facilement des points (le barème tenait compte du fait que le candidat pouvait mettre du temps à faire cette question). On ne peut qu'encourager les futurs étudiants, futurs ingénieurs, à davantage s'exercer à écrire des algorithmes et à les faire fonctionner.

Le texte de l'épreuve était clair, aucune question ne présentait de grosses difficultés. On y retrouvait des questions de cours et des questions assez classiques que les candidats auront certainement rencontré en exercice ou en devoir lors de leur année de préparation. Quelques étudiants ont réussi à faire le sujet en entier. En revanche, un nombre sans doute trop important de futurs ingénieurs ne maîtrise peu ou pas les bases de l'algèbre linéaire.

La tenue des copies est en général correcte. Malheureusement, il existe encore des copies peu lisibles qui sont corrigées aux risques et périls du candidat. On ne peut qu'insister, une nouvelle fois, sur le soin que le futur ingénieur doit apporter à son travail.

On précise qu'une bonne réponse peut parfois tenir en une ou deux lignes, il est donc inutile de « remplir » sa copie et ainsi perdre un temps précieux par peur de ne pas en dire assez. De même il n'est pas utile, sauf si cela est demandé, de démontrer les résultats du cours que l'on utilise. Enfin, il existe encore des candidats qui recopient le texte de chaque question. Par ailleurs, il est conseillé aux candidats de prendre plus de temps pour lire les questions, ceci évitera des réponses trop longues ou fausses.

En résumé, c'est un sujet qui a joué son rôle et permis de bien classer les candidats.

Remarques détaillées par question

1. Par une lecture trop rapide de l'énoncé, certains n'ont pas vu que la matrice Y était une matrice colonne.
On rencontre souvent l'erreur suivante : « $AX=0 \Rightarrow A=0$ ou $X=0$ » !
Les candidats pensent à utiliser le théorème du rang mais se trompent dans le choix de l'espace de départ.
2. Certains candidats font cette question sans jamais indiquer avoir utilisé que la base est orthonormale.
Pour quelques uns, une matrice symétrique a toujours un déterminant positif !

3. Tous les étudiants ne comprennent pas la différence entre condition nécessaire et condition suffisante, c'est inquiétant.
A revoir aussi la notion de famille liée, car une famille n'est pas liée si et seulement si deux des vecteurs de cette famille sont colinéaires.
4. Question bien traitée. Toutefois, ceux qui lisent trop vite l'énoncé n'ont pas vu que les points sont sur la sphère unité et ainsi ont perdu un temps précieux.
5. On voit l'erreur suivante : « $\det(A + B) = \det A + \det B$ » !
Beaucoup font la question **5b** sans utiliser la question **5a** ou encore la question **5c** sans utiliser « en déduire ».
6. Question trop peu abordée, c'est dommage.
La simple évocation du mot algorithme fait fuir bon nombre d'étudiants alors qu'il était facile de prendre des points ici.
On pouvait simplifier en remarquant que $\Gamma(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}) = \left[\det(\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}) \right]^2$.
7. Le coefficient $(-1)^m$ est souvent oublié dans le polynôme caractéristique ou encore le degré de celui-ci est parfois 2 !
On peut noter de nombreuses confusions entre polynôme caractéristique, polynôme minimal et polynôme annulateur.
Le lien entre la dimension du sous-espace propre E_λ et l'ordre de multiplicité de λ comme racine du polynôme caractéristique est parfois flou.
8. On rencontre ici l'erreur : « $ab > 0$ donc $a > 0$ et $b > 0$ » !
9. Question facile et bien traitée sauf par ceux qui ont « peur » de la géométrie...
10. On oublie souvent de vérifier que la famille est libre en **10b** et la **10c** a connu peu de succès.
11. Confusion entre changement de bases pour une application linéaire et changement de bases pour une forme bilinéaire symétrique.
La conservation de la trace est bien traitée.
12. Peu savent utiliser le vecteur gradient pour trouver l'équation de la tangente.
Pour la question **12a** la linéarité à droite est oubliée ou mal comprise.
Dans la question **12b** les vecteurs proposés ne sont pas toujours unitaires.
La question **12d** est peu réussie.
13. Question souvent abordée.
Ceux qui travaillent directement sur les vecteurs de la base fournissent souvent des preuves incomplètes.
Globalement, la rédaction est souvent peu rigoureuse.
14. Question peu abordée et pourtant facile pour ceux qui ont compris ce qui précède et savent ce qu'est une application affine.

La moyenne de l'épreuve est de 10,25 et l'écart type est de 3,51.