
MATHÉMATIQUES

Rapporteur Monsieur Serge LAURENT

1 – Le cadre

L'oral 2005 s'est déroulé dans des conditions matérielles très satisfaisantes. Les locaux du lycée Raspail ont permis de faire plancher les candidats dans un cadre spacieux et propre ; nous tenons à remercier ici tout le personnel du lycée pour la mise à disposition de salles bien entretenues. De plus les conditions météorologiques clémentes en terme de températures ont offert des conditions de travail idéales pour les candidats comme pour les examinateurs.

2 – Déroulement des épreuves, remarques d'ordre général

La durée totale de l'épreuve orale de mathématiques est d'une heure, répartie en 30 minutes de préparation et 30 minutes de passage devant l'examineur. Chaque candidat a deux exercices à préparer et sera interrogé environ 15 minutes sur chaque exercice.

Il est vivement conseillé d'utiliser le temps de préparation pour rechercher les deux exercices. Le fait d'avoir réfléchi au moins une dizaine de minutes sur un exercice permettra de s'en imprégner et de mieux profiter des indications fournies par l'examineur, même si on n'a rien trouvé de probant.

Il convient aussi de rappeler que l'activité mathématique est faite de recherches, parfois d'échecs et d'analyse de ses échecs. Ainsi un candidat qui proposerait une démarche qui n'aurait pas abouti peut néanmoins avoir une très bonne note ; il ne s'agit pas de résoudre à tout prix un exercice mais de montrer des capacités d'analyse et de compréhension des outils du programme. A contrario, le mutisme et l'absence de combativité sont à proscrire.

Enfin, la capacité de dialogue rentre pour une part importante dans la notation. L'épreuve n'est pas une épreuve écrite qui aurait pour support un tableau et une craie mais une épreuve orale dans laquelle les aptitudes à l'échange sont aussi évaluées. Il convient ainsi de savoir parler à voix haute et intelligible, de savoir parfois se retourner pour établir le dialogue avec l'examineur, plutôt que constamment lui tourner le dos en s'adressant au tableau. Qui dit dialogue dit aussi écoute et certains candidats gagneraient à être plus attentifs aux indications données par leur interlocuteur, plutôt que de le couper pour énoncer l'idée qui leur traverse l'esprit à ce moment-là. Rappelons enfin que ces capacités d'écoute et d'expression orale font intégralement partie des qualités requises pour exercer le métier d'ingénieur.

3 – Remarques d'ordre mathématiques

3.1 – Généralités

Les objectifs en mathématiques de la filière TSI sont modestes et ambitieux à la fois. Modestes car il ne s'agit pas de former des professionnels des mathématiques mais de donner aux étudiants les outils calculatoires utiles pour suivre avec profit une formation d'ingénieur. Mais ambitieux car ces outils ne doivent pas être vus comme des recettes mais être compris et assimilés, tant du point de vue théorique que lors de leur mise en œuvre calculatoire. A cet égard, les examinateurs ont clairement conscience du travail remarquable effectué par les étudiants et leurs professeurs lors des deux ou trois années de classes préparatoires. La plupart des notions de base

ont été tant bien que mal acquises, même s'il y a bien sûr des défaillances sur lesquelles nous reviendrons ultérieurement.

C'est dans cet esprit que chaque planche (constituée d'un exercice d'analyse et d'un exercice d'algèbre ou de géométrie) comporte au moins un exercice d'application plus ou moins immédiate du cours : diagonalisation, série entière, Fourier, équation différentielle, calcul intégral, géométrie analytique, tracé de courbes (liste non exhaustive). Il convient absolument d'avoir acquis ces techniques de base faute de quoi une scolarité en école d'ingénieur serait gravement compromise. Le deuxième exercice pourra être un peu plus subtil sans toutefois qu'un excès de technicité ne soit demandé.

Les candidats peuvent aborder les exercices dans l'ordre de leur choix (sauf mention explicitement contraire de l'examinateur). Il est conseillé de commencer par l'exercice sur lequel on est le plus à l'aise afin de se mettre en confiance. Rappelons enfin que chaque candidat peut admettre le résultat d'une question pour aborder la suivante. Il convient ici qu'il propose de lui-même d'admettre provisoirement le résultat problématique pour passer à la suite. Quelques candidats ont été dépités de n'avoir pu présenter la fin de l'exercice, qu'ils savaient résoudre, alors que l'essentiel de l'interrogation a été consacré à une question sur laquelle ils ont beaucoup peiné.

Le niveau des candidats a présenté d'importantes disparités : une proportion non négligeable de candidats bons voire excellents a fait le bonheur du jury alors que le niveau de certains autres était franchement alarmant. On peut globalement affirmer que les deux tiers (ou plus) des candidats avaient un niveau satisfaisant.

3.2 – Points positifs

Compte tenu de l'important volume des notions à acquérir durant les deux années de classes préparatoires, on peut dire que les points positifs sont nombreux : l'algèbre linéaire est dans l'ensemble bien comprise et la diagonalisation est le plus souvent assimilée correctement. Les candidats ont généralement une assez bonne vision géométrique, y compris en dimension 3, même si par la suite les connaissances précises sont parfois trop lacunaires. Les techniques de base du calcul intégral (intégration par parties et changement de variable) et différentiel sont acquises, leurs hypothèses parfois moins. Les fonctions usuelles sont connues et à peu près maîtrisées.

3.3 – Points négatifs

Voyons plus en détail parmi les points centraux du programme ceux qui sont mal assimilés. Il ne s'agit pas ici de faire un bêtisier des erreurs rencontrées ponctuellement mais plutôt de souligner les défaillances qui sont revenues de façon récurrente.

a) En algèbre

Si l'algèbre linéaire est bien comprise, il n'en va pas de même de l'algèbre bilinéaire et euclidienne. La nécessité de diagonaliser dans une base orthonormale la matrice d'une forme quadratique pour réduire une quadrique ou une conique est presque systématiquement oubliée. La théorie des racines multiples d'un polynôme semble elle aussi oubliée.

b) En géométrie euclidienne

La classification des endomorphismes orthogonaux en dimension 2 ou 3 n'est pas connue, pas plus que le lien entre l'aspect linéaire (matrices orthogonales) et géométrique (isométries vectorielles), ce qui amène souvent à citer les homothéties comme exemple d'endomorphismes orthogonaux. Les endomorphismes symétriques sont souvent assimilés aux symétries.

La classification des coniques est, chose surprenante, ignorée par un nombre non négligeable de candidats. L'équation polaire d'une conique est oubliée par beaucoup ; les quelques candidats qui s'en souviennent croient que l'origine du repère polaire est le centre de la conique (ou son sommet dans le cas d'une parabole).

Le théorème de projection sur un sous-espace de dimension finie d'un espace préhilbertien est trop mal connu : les candidats n'arrivent pas à interpréter une question de minimalisation quadratique en terme de recherche d'un projeté, et l'expression des coordonnées de ce projeté dans une base orthonormale est ignorée.

La formule donnant la distance d'un point à une droite (dans le plan) ou à un plan (dans l'espace) est presque systématiquement oubliée.

c) En géométrie affine et analytique

Les principes de base de la géométrie analytique sont très mal maîtrisés, ce qui peut être vraiment handicapant pour de futurs ingénieurs. Ainsi l'idée générale que la donnée d'une équation dans \mathbb{R}^2 décrit a priori une courbe, et qu'une équation dans \mathbb{R}^3 décrit plutôt une surface n'est pas toujours acquise. De là un objet donné dans \mathbb{R}^3 comme vérifiant un système de 2 équations est trop rarement reconnu comme étant une courbe. Ces remarques se retrouvent pour ce qui est de la reconnaissance des différentes variétés affines (droites, plans) dans les petites dimensions. L'idée tout aussi générale énonçant qu'on passe de l'équation d'un sous-espace affine à l'équation de l'ensemble de ses vecteurs en 'enlevant la constante' est trop peu connue.

d) En géométrie différentielle

La technique de tracé de courbes paramétrées est généralement connue, mais l'étude de leurs branches infinies l'est nettement moins. Plus grave par contre, la presque totalité des candidats interrogés s'est avérée incapable de tracer une courbe définie par une équation polaire, ou de retrouver les coordonnées de la vitesse dans le repère polaire.

e) Pour les suites et séries

La détermination de la convergence d'une série numérique pose des problèmes à beaucoup de candidats. Sans doute inspirés par les séries entières, beaucoup se précipitent sur le critère de d'Alembert qui se révèle le plus souvent inadapté. L'utilisation des règles de comparaison est elle souvent ignorée, de sorte que la nature d'une série du type $\sum_{n \geq 2} \frac{1}{n(n-1)}$ devient bien problématique.

La convergence absolue est mal comprise par la plupart des candidats, tout comme la nécessité de positivité pour employer les règles de comparaison.

Pour les séries entières, c'est globalement compris, même si un manque de maîtrise se fait régulièrement sentir lorsqu'il faut calculer explicitement la somme d'une telle série. Le théorème de continuité en R ou $-R$, lorsqu'il y a convergence, est lui peu apprécié des candidats.

Les séries de Fourier constituent par contre un gros point noir, ce qui est franchement regrettable de la part de futurs ingénieurs. Les hypothèses des théorèmes de Parseval et Dirichlet sont très mal sues et chose beaucoup plus grave, la moitié des candidats ignore jusqu'à l'expression des coefficients a_n ou b_n , ou le rôle d'une éventuelle parité.

f) En calcul différentiel et intégral d'une variable réelle

Peu de difficultés ont été notées lors des calculs de dérivées hormis quelques erreurs d'inattention. En calcul d'intégrales, la difficulté majeure semble provenir du calcul direct de primitives : ainsi

calculer une primitive de la fonction qui à x associe $\frac{1}{x^\alpha}$ se révèle bien souvent très laborieux. Il en

va de même chaque fois qu'il s'agit de reconnaître une fonction composée, du type : $\frac{u'}{u^\alpha}$, $u'e^u$ ou

$$\frac{u'}{1+u^2}.$$

Autre gros point noir, la détermination de la convergence ou de la divergence d'intégrales généralisées. Si ce genre de pratique ne pose aucun problème aux meilleurs candidats, tous les autres éprouvent beaucoup de difficultés, souvent par manque de maîtrise des ordres de grandeur. Cette dernière remarque est à rapprocher des difficultés concernant les séries numériques.

g) Pour les équations différentielles

Si les équations différentielles ne posent aucun problème aux très bons candidats, il n'en est pas de même pour les autres. La faute en revient souvent à un manque de rédaction, qui fait que même sachant quoi faire, le candidat finit par se noyer tout seul : il ne sait plus s'il vient de résoudre l'équation homogène ou complète, confond le $\lambda(x)$ de la méthode de la variation de la constante avec la solution particulière $\lambda(x)y_0(x)$ cherchée. Il s'agit de distractions, mais trop systématiques pour être ressenties avec bienveillance par le jury. Nous invitons les candidats à faire preuve d'un minimum de soin en décrivant sommairement ce qu'ils viennent de trouver. Un vocabulaire moins approximatif serait parfois une aide précieuse.

h) Pour les fonctions de plusieurs variables

Les exercices proposés sur les équations aux dérivées partielles étaient assez simples, et tous les candidats ayant acquis la formule de dérivation des fonctions composées s'en sont sortis convenablement ; il n'en va, bien sûr, pas de même pour les autres.

Les intégrales doubles furent plus difficiles à traiter, certains candidats ignorant la correspondance entre le $dx dy$ et le $r dr d\theta$ lors d'un passage en polaire. La difficulté majeure consistait alors à déterminer l'équation polaire du domaine d'intégration.

4 – Conclusion

Les remarques ci-dessus se veulent avant tout constructives pour guider les étudiants et leurs enseignants dans leur préparation du concours. Ainsi, tous les points négatifs soulevés ci-dessus ne doivent pas faire oublier l'excellence de certains candidats et le niveau très convenable de la plupart d'entre eux. Ils prouvent ainsi que par des efforts réguliers et soutenus, des bacheliers issus des baccalauréats STI peuvent devenir d'excellents ingénieurs et le jury tient à les en féliciter.

Mathématiques

