
MATHEMATIQUES

Rapporteur Monsieur Gilbert MONNA

I-Déroulement de l'épreuve, préparation spécifique

L'oral de mathématiques est une épreuve de 30 minutes au tableau, précédée d'une préparation de 30 minutes. Chaque sujet comprend deux exercices, portant sur des chapitres différents du programme des deux années de classe préparatoire (insistons au passage sur ce point, le programme du concours est celui des deux années, sans que le programme de deuxième année ne soit particulièrement privilégié).

Les candidats utilisent souvent très mal le temps de préparation : beaucoup ne cherchent qu'un seul exercice alors que les deux seront systématiquement abordés. De nombreux candidats renoncent dès la première difficulté. L'interrogation commence par l'exposé par le candidat de ce qu'il a fait pendant le temps de préparation, y compris ses tentatives infructueuses qui montrent sa connaissance des méthodes du programme et peuvent être l'amorce d'un dialogue, l'examinateur indiquant dans quelle voie il est intéressant de poursuivre, avec des modifications éventuelles. Il est bien clair qu'il est très mauvais de commencer en disant « je n'ai rien trouvé » et de se taire ensuite. On rappelle donc que l'activité mathématique ne se résume pas à résoudre de A à Z un exercice, et que l'exploration d'une voie qui n'aboutit pas montre aussi une attitude intéressante face à une problématique posée ; ainsi de très bonnes notes peuvent être attribuées à des candidats qui n'ont pourtant pas su résoudre l'exercice proposé, mais qui auront su faire une analyse pertinente de la problématique et proposer des pistes de résolution, même inabouties.

Il est vrai que les interrogations orales subies par les élèves durant leurs années de classes préparatoires se déroulent en général sans préparation, mais il y a là un travail d'entraînement spécifique à faire.

Les candidats choisissent l'exercice par lequel ils commencent, ils sont libres de changer d'exercice pendant l'interrogation, possibilité qu'ils n'utilisent pratiquement pas, espérant peut-être que l'examinateur oubliera de parler d'un exercice. Cela n'arrive jamais. Il est certes judicieux de commencer par l'exercice qui a le mieux marché, mais il faut prévoir quelque chose à dire sur le deuxième.

II- Lacunes dans les connaissances

1) Algèbre

Comme le signale le rapport de l'année dernière, la situation est assez satisfaisante en ce qui concerne le cours d'algèbre linéaire de première année. On en peut dire autant du cours de deuxième année, les questions portant sur des diagonalisations de matrices sont en général bien réussies, sauf bien sûr le vieux problème de la formule du changement de base pour la matrice d'endomorphisme, souvent prise à l'envers... Si l'on se fie au hasard, le résultat sera faux une fois sur deux. Il n'en est pas de même du cours d'algèbre euclidienne, la réduction des matrices symétriques étant en général très mal connue, ainsi que les formes quadratiques et leur écriture matricielle.

2) Analyse

Le domaine le plus mal connu et traité est, sans contestation, les équations différentielles. Les candidats ne reconnaissent pas les équations à variables séparables et ne savent pas ensuite qu'en faire. Les équations linéaires du premier ordre avec second membre sont souvent très mal traitées, la méthode de variation de la constante étant mal connue. On voit très fréquemment un calcul d'équation caractéristique pour une équation linéaire du second ordre à coefficients non constants, ce qui n'est pas très apprécié.... Toujours pour les équations différentielles du second ordre, les équations avec un second membre particulier sont souvent déroutantes.

Les examinateurs ont relevé quelques déficiences dans le cours sur les séries entières, ainsi que quelques erreurs grossières, par exemple l'utilisation de la règle d'Alembert pour une série lacunaire.

Les fonctions de plusieurs variables donnent souvent des planches décevantes, surtout si on demande de calculer des dérivés partielles en utilisant en plus la dérivation des fonctions composées.

Ainsi, avec $F(x, y) = f\left(\frac{x}{y}\right)$, le calcul de $\frac{\partial F}{\partial x}$ s'est révélé désastreux. Ne parlons pas des dérivés

partielles secondes....

Les questions portant sur les intégrales dépendantes d'un paramètre, surtout si elles sont généralisées, permettent de constater que les théorèmes importants pour l'écrit ont été oubliés entre l'écrit et l'oral....

Enfin, on peut regretter que personne ne soit capable de donner directement une primitive de la fonction Ln. Il est vrai qu'il est facile de la retrouver, mais c'est une perte de temps.

3) Géométrie

C'est la partie du cours la moins connue. Les équations des lieux géométriques, même les plus simples comme une droite ou un plan dans l'espace sont mal connues et l'on constate de fréquentes confusions entre les courbes et les surfaces. La description de l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2 + y^2 = 1$ (ou $x^2 + y^2 = 0$) donnent des réponses fausses mais prévisibles (cercle et point), mais aussi complètement inattendues comme un plan....

Les candidats confondent souvent les isométries affines et vectorielles et sont peu performants sur la détermination de la nature et des éléments d'une isométrie de \mathbb{R}^3 donnée par sa matrice. La diagonalisation de la matrice, utilisée assez systématiquement, peut donner le résultat mais ce n'est pas la seule méthode et peut-être pas la plus simple.

Les courbes paramétrées sont également très peu connues, par exemple certains candidats ont été incapables de déterminer le vecteur tangent à une courbe plane....

III- Erreurs et comportements à éviter

La faute la plus fréquente consiste à ne pas tenir compte des indications données par le texte du sujet. Nous retrouvons encore en tête les équations différentielles, pour lesquelles il y a de nombreuses méthodes faciles à mettre en œuvre avec les outils du programme, mais qui ne sont pas

explicitement au programme. Dans ce cas, la méthode de résolution sera indiquée, on demande seulement au candidat de l'appliquer.

Exemple : Résoudre $4xy'' + 2y' + y = 0$ en posant $t = \sqrt{x}$, ou $x^2y'' + xy' - y = 0$ en cherchant une solution de la forme x^a . Dans les deux cas, les candidats qui commencent avec la recherche de l'équation caractéristique, sans réaliser, malgré l'indication qui aurait dû les rendre méfiants, que l'équation n'est pas à coefficients constants, seront sévèrement sanctionnés.

Les indications données peuvent aussi amener à écarter une méthode qui semble a priori adaptée.

Exemple : on demande de déterminer un équivalent de $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n} - \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ et d'en déduire la nature de la série de terme général $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$. On peut essayer pendant la préparation de répondre

directement à la deuxième question par le critère spécial des séries alternées, mais la méthode suggérée par l'examineur doit rendre tellement prudent que l'on se rend compte que la série est bien alternée mais qu'elle ne vérifie pas les hypothèses du théorème spécial. Il est bien sûr excellent de commencer la planche en expliquant cette démarche ; par contre, démarrer en annonçant triomphalement « je vais démontrer que la série converge en appliquant le théorème spécial » ne peut que conduire à un désastre.

Une autre erreur consiste à ne pas prendre de recul par rapport à la question posée et à se précipiter sur la première possibilité à laquelle on pense. C'est ainsi que l'on voit appliquer la règle de Sarrus

pour calculer des déterminants de la forme $\begin{pmatrix} 100 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$, un cas extrême étant $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et le record

absolu une matrice diagonale. Précisons quand même que dans la plupart des cas, surtout le dernier, le résultat obtenu est faux.

Dans la préparation de l'oral, il ne faut pas négliger le cours. L'épreuve est certes centrée sur la résolution d'exercices, mais si les définitions et les théorèmes semblent flous dans l'esprit du candidat, l'examineur n'hésitera pas à demander des énoncés précis et cela peut être la Bérésina...

En conclusion

Après tous ces défauts mathématiques, on peut conclure sur une remarque qui peut s'appliquer à l'ensemble des matières : nous avons trouvé que de (trop) nombreux candidats manquaient de dynamisme et de combativité. On ne leur demande pas de trouver instantanément la meilleure solution, mais de chercher, c'est-à-dire de proposer des techniques, de les tester et de tirer des leçons d'éventuels échecs. Evitez donc de dire à la première difficulté, d'un air blasé, désabusé et résigné : « je ne sais pas ».

