ANALYSE

Rapporteur Monsieur Ariel DUFETEL

Partie A :

On demandait de résoudre des équations différentielles simples comme :

$$y''=0, \qquad y''+\omega^2 y=0, \quad y''-\omega^2 y=0, \quad y''=\cos(nx),\ y''=\sin(nx),$$

avec des conditions de Dirichlet $y(0)=y(\pi)=0$.
Certains candidats confondent problème de Cauchy et problème de Dirichlet, plus grave est l'oubli des constantes d'intégration.
A.5.) Un manque de rigueur et des confusions entre la fonction f et le réel $f(x)$ pénalisent des candidats, en particulier l'écriture $\varphi(f(x))$ n'a aucun sens.
Très peu de candidats répondent aux questions sur le noyau, l'image, valeurs et vecteurs propres de l'endomorphisme φ.
Les théorèmes vérifiés en dimension finie ne doivent pas s'utiliser dans $C^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ qui est un espace de dimension infinie.

Partie B :

B.1) Le caractère C^1 par morceaux est rarement établi avec rigueur.
Le non respect des unités pour la représentation graphique est sévèrement sanctionné.
Le théorème de Dirichlet est trop souvent énoncé avec des hypothèses manquantes, le jury aurait aimé lire :

Si f est une fonction de classe C^1 par morceaux de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et 2π - périodique, alors sa série de Fourier converge sur $\mathbb{R}$ vers la régularisée de f.
De plus, si la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$,alors sa série de Fourier converge vers f.

Le calcul des coefficients de Fourier est souvent faux, trop de candidats « suppriment » la valeur absolue sans aucune justification.
On a :

$$a_n(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} p(t)\cos(nt)\,dt$$

L'application p est paire, soit :

$$a_n(p)=\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} p(t)\cos(nt)\,dt$$

Comme :

$$\forall t\in[0,\pi],\ \sin\left(\frac{t}{2}\right)\geq 0 \Rightarrow p(t)=\sin\left(\frac{t}{2}\right),$$

Alors :

$$a_n(p) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \sin\left(\frac{t}{2}\right)\cos(nt)\,dt.$$

B.2) Le calcul de l'intégrale $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2\left(\frac{t}{2}\right)dt$ doit être explicité sur la copie avec les étapes intermédiaires, l'utilisation de la calculatrice doit permettre de vérifier un calcul, pas de se substituer au candidat.

Partie C :

Trop de candidats ignorent un résultat du niveau de Terminale à savoir :

Si I est un intervalle de $\mathbb{R}$ et u une fonction continue de I dans $\mathbb{R}$, alors la fonction :

$$\forall a \in I, \qquad h_a : x \in I \mapsto \int_a^x u(t)\,dt,$$

est dérivable sur I et :

$$\forall x \in I, \qquad h_a'(x) = u(x).$$

Partie D :

De même, le théorème de dérivation d'une application composée est ignoré, on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \quad y(x) = z(\ln x) = (z \circ \ln)(x),$$

Soit :

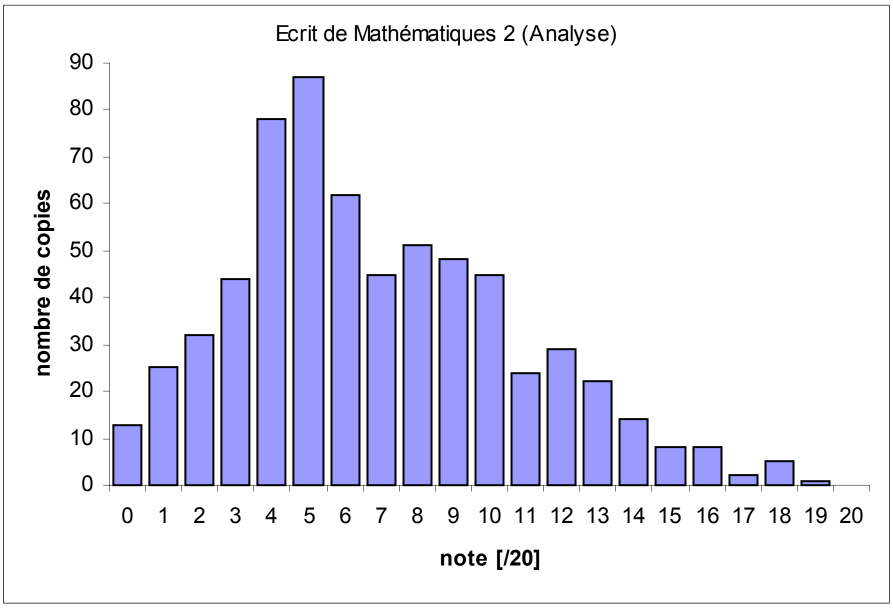
$$y'(x) = \frac{z'(\ln x)}{x}.$$

Présentation des copies :

Nous avons rencontré beaucoup trop de copies mal ou non rédigées, raturées et peu lisibles. On rappelle qu'il faut répondre clairement aux questions posées, encadrer les résultats trouvés ; ce n'est pas au correcteur de chercher une réponse dans une ou deux pages de calculs.

Conclusion :

Des candidats méritent d'être félicités pour la qualité de leur copie et pour leur sérieux pendant la préparation des concours.
En revanche, il semble que trop de candidats n'ont pas appris ou compris certaines parties du programme.
Nous rappelons encore cette année que la compréhension et la connaissance du cours, ainsi que la rigueur et la précision dans l'énoncé des définitions et théorèmes sont indispensables pour traiter un problème de mathématiques.
Cela demande un travail régulier et méthodique pendant les deux ou trois années de préparation.
Les candidats qui ont accepté de fournir cet effort ont été récompensés par d'excellentes notes.


Ecrit de Mathématiques 2 (Analyse)
nombre de copies
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
note [/20]