

# EPREUVE ECRITE DE MATHEMATIQUES 1

par **Alain CHAURÉ**, Maitre de Conférences  
à l'Université de Reims

L'épreuve de Mathématiques 1 de la session 2004 propose une étude des matrices de Hadamard. La première partie est consacrée à l'obtention de l'inégalité de Hadamard sur les déterminants en utilisant les propriétés des déterminants de Gram, la seconde partie étudie quelques propriétés des matrices de Hadamard pour aboutir au résultat essentiel que l'ordre de ces matrices est nécessairement soit 2, soit un multiple de 4. Enfin dans une dernière partie, on cherche à estimer la borne supérieure d'une fonction à valeurs réelles définie sur l'ensemble des matrices de Hadamard d'ordre  $n$ .

De l'avis général des correcteurs, ce problème ne comporte pas de grandes difficultés, est d'une longueur raisonnable et semble bien adapté aux élèves de la filière PC. Quelques dizaines de candidats ont d'ailleurs abordé la totalité des questions, sans toutefois faire le plein des points à cause de quelques questions plus fines concernant les déterminant de Gram, en particulier la question **I.4** pour laquelle la fonction  $\gamma$  a été beaucoup trop souvent considérée comme multilinéaire. On notera que l'énoncé comportait une erreur en **I.5.b** où il fallait lire pour les conditions nécessaires d'égalité : " $x_1$  est orthogonal à  $L$  ou  $(x_1, x_2, \dots, x_q)$  est liée" au lieu de " $x_1$  est orthogonal à  $L$ " puis "les vecteurs  $x_1, x_2, \dots, x_q$  sont deux à deux orthogonaux ou l'un d'eux est nul" au lieu de "les vecteurs  $x_1, x_2, \dots, x_q$  sont deux à deux orthogonaux". Mais cette omission n'a été relevée par aucun candidat.

Les recommandations indiquées dans le rapport de la session 2003 n'ont guère été suivies d'effet, car on retrouve toujours un manque de soin et de rigueur dans la rédaction et la présentation des copies : souvent les lignes d'équations se suivent sans explication ni lien logique entre elles, les quantificateurs sont souvent utilisés abusivement. Beaucoup trop de candidats ne maîtrisent pas les bases du raisonnement et particulièrement les règles élémentaires de logique ; les confusions entre condition nécessaire, condition suffisante et condition nécessaire et suffisante ne sont pas rares. Le raisonnement par récurrence est mal maîtrisé et en tout cas souvent mal rédigé : on rencontre des expressions telles que : par cascade descendante, il est immédiat par récurrence, on voit que ça marche pour  $n = 1$  et  $n = 2$ , donc ça marche pour tout  $n$ .

Beaucoup de questions qui sont des applications directes du cours ou faisant appel à des notions élémentaires sont trop souvent mal traitées. Il est navrant de constater que de nombreux candidats ne savent même pas traiter correctement les applications numériques. La toute première question du problème demandant de déterminer une base du noyau d'une matrice carrée d'ordre 4 est révélatrice à ce sujet ; toutes les solutions imaginables ont été rencontrées : un noyau vide, des bases à un élément, à deux éléments, à trois éléments, à quatre éléments et même des bases contenant le vecteur nul ! La recherche d'une éventuelle inclusion entre deux ensembles montre à l'évidence que de nombreux candidats ne comprennent même pas le sens de la question.

Ces quelques réflexions tendent à montrer que mis à part un petit nombre de candidats d'un bon ou très bon niveau, la plupart n'ont assimilé de leur programme de classes préparatoires que des résultats approximatifs et superficiels. Ceci conduit la grande majorité des candidats à grappiller des points question après question, sans avoir une vision synthétique du sujet ni une réflexion approfondie sur les liens pouvant exister entre les différentes questions ou parties du problème.