

---

## MATHEMATIQUES

### Rapporteur Monsieur Didier LUC

Ce rapport n'a d'autre but que de présenter l'épreuve et de donner des conseils afin que les futurs candidats puissent l'aborder sereinement et la réussir. Il nous est agréable de noter que cette année la proportion de bonnes et très bonnes (voire brillantes) prestations a augmenté, preuve que cette épreuve orale peut être réussie (par une préparation sérieuse plus que par une incertaine bosse des maths).

#### PRÉSENTATION DE L'ÉPREUVE

Elle consiste en la résolution orale au tableau de 2 exercices pendant 30 minutes, résolution précédée d'une préparation de 30 minutes également. Nous avons remarqué qu'un nombre non négligeable de candidats se sont présentés sans avoir la moindre idée du déroulement de cette épreuve. Cette année, les calculatrices étaient autorisées, elles furent dans l'ensemble correctement utilisées.

Bien sûr, l'examineur se réserve le droit de faire développer un calcul au tableau même si la calculatrice fournit un résultat correct. En particulier dans le cas des déterminants ou des polynômes caractéristiques, un calcul intelligent à base de combinaisons de lignes ou de colonnes donnera une réponse bien meilleure (c'est-à-dire factorisée) que celle donnée par une calculatrice. L'un des exercices porte sur l'analyse et l'autre sur l'algèbre ou la géométrie. Ils peuvent être traités chacun en 15 minutes environ et portent sur l'ensemble du programme des 2 années TSI. Leur résolution nécessite la connaissance des définitions et des théorèmes du cours et pas plus. Sont évaluées pendant cette épreuve : la connaissance et la maîtrise du cours, les capacités à raisonner et à utiliser ce cours, la maîtrise des calculs ainsi que les qualités d'expression orale et de présentation au tableau.

#### CONSEILS POUR RÉUSSIR CETTE ÉPREUVE SUR LE FOND

Nous avons, hélas, rencontré de nombreuses erreurs sur l'outil mathématique. Nous en soulignons les principales afin qu'elles disparaissent lors des sessions suivantes.

Elles concernent:

- **la connaissance du cours** (l'expression de la puissance  $n^{\circ}$  d'une matrice diagonale, on ignore trop souvent la convergence de l'intégrale du  $\ln$  en 0, l'intégrale de  $1/(b-x)^a$  converge en  $b$  dès que  $a < 1$ , pas besoin de faire de changement de variable : c'est au programme, par contre l'intégrale de  $1/(b^2-x^2)^a$  demande un raisonnement). Les rapports des années précédentes se plaignaient de la méconnaissance du cours de 1<sup>o</sup> année en algèbre linéaire (rang d'une matrice, théorème du rang ...). De ce côté-là, de gros progrès ont été réalisés mais c'est l'analyse qui en a fait les frais (les développements limités, les équivalents des fonctions élémentaires...). Ainsi que, et c'est nouveau, la décomposition en éléments simples des fractions rationnelles (pourtant à pôles simples ou doubles). La géométrie (équation réduite d'une conique) est toujours le parent pauvre (même si les isométries spatiales semblent mieux traitées). Paradoxe du programme : la réduction des quadriques (2<sup>o</sup> année) est en règle générale mieux réussie que la classification des coniques (1<sup>o</sup> année). Faut-il rappeler que la connaissance du cours est évaluée et donc les candidats doivent s'attendre à des questions de cours (réciter les critères de convergence d'une série, les conditions suffisantes de diagonalisation ....) ainsi qu'à donner les définitions précises des termes qu'ils utilisent (matrice

diagonalisable, valeur propre, rayon de convergence, intégrale convergente en  $+\infty$ ...). De plus, le fait de poser ce genre de questions permet d'aider le candidat : si aucun des théorèmes classiques ne peut s'appliquer, alors peut-être que revenir à la définition...(par exemple la convergence en  $+\infty$  de  $\ln x/x^2$  peut s'établir par des  $o(x^{1/2})$ ) mais cette méthode est explicitement hors programme alors que le calcul de l'intégrale entre 1 et X puis le passage à la limite en  $+\infty$  donne le résultat).

- **confusion entre conditions nécessaires et suffisantes** (une matrice symétrique réelle est diagonalisable, mais dire que A n'étant pas symétrique, elle ne peut être diagonalisable est faux) (de même, dire que le polynôme caractéristique de A étant scindé A est diagonalisable est faux alors s'il n'est pas scindé alors elle n'est pas diagonalisable est vrai).

- **utilisation d'une question précédente** pour la résolution d'une question suivante (si on fait établir une inégalité en 1<sup>o</sup> question et la 2<sup>o</sup> question traitant de la convergence d'une intégrale, on peut raisonnablement s'inspirer de l'inégalité pour établir la convergence ou au moins le tenter).

### CONSEILS POUR RÉUSSIR CETTE ÉPREUVE SUR LA FORME

Même si nous avons senti une nette amélioration sur la qualité des prestations (preuve que l'on prépare cette épreuve de plus en plus sérieusement), il reste qu'un nombre important de candidats n'ont pu obtenir la note qu'ils espéraient à cause d'une piètre prestation au tableau.

Etre audible, écrire lisiblement, utiliser tout le tableau, ne pas recopier ses notes en restant le nez collé à ses feuilles, se tourner vers l'examineur quand il pose une question. Ceux qui ne disent rien ou n'écrivent rien en attendant que l'examineur les prenne en charge ne peuvent espérer autre chose qu'une note faible.

Même si les résultats sont justes, il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'un oral et d'une évaluation de qualités mathématiques (ou logiques). Ainsi, s'il est bon de connaître plusieurs méthodes, il est important de justifier le choix d'une méthode plutôt qu'une autre : par exemple, pour la convergence de séries numériques, il est primordial de regarder le signe du terme général, s'il est constant, les outils ne seront pas les mêmes que s'il alterne ou qu'il est quelconque. Donc, dans le cadre de l'oral, cette démarche doit être privilégiée.

Citons par exemple l'étude des isométries (d'abord prouver que la matrice associée est orthogonale, puis chercher les invariants ou calculer le déterminant pour préciser sa nature et non commencer par calculer le déterminant : on entend "le dét vaut 1 donc c'est une rotation", question "toutes les matrices de dét égal à 1 sont des rotations" réponse "oui!"), le calcul des valeurs propres d'une matrice (beaucoup trop donnent une expression brute du polynôme caractéristique à l'aide du déterminant, de la trace et des mineurs, méthode totalement hors programme, alors que ce qui est intéressant, ce sont ses racines : un calcul du déterminant en faisant apparaître des 0 conduit plus sûrement à une expression factorisée).

De moins en moins de candidats sont surpris par le fait que l'examineur pose des questions de cours, demande des précisions ou bien une définition. Non seulement la connaissance du cours nous semble fondamentale mais ceci a souvent pour but de donner un coup de pouce au candidat pour démarrer ou corriger en cas d'erreur, d'un oubli de cas particuliers. Une réponse correcte peut redresser la situation en permettant d'aller dans une autre direction.

Il faut gérer au mieux la période de préparation et regarder les **deux** exercices : bien sûr, il est idéal de résoudre les 2 exercices en entier (ou au moins en grande partie) mais en cas de panne sèche prévoir toutes les pistes à explorer, les définitions de tous les termes qui apparaissent. En tout état de cause, **ne négliger aucun des 2 exercices**. Lors du passage au tableau, commencer par une brève présentation du sujet, dire ce que l'on a traité ou pas, pourquoi telle méthode ne marche pas plutôt que d'en utiliser une à tout prix surtout si elle ne conduit à rien. Très souvent, un coup de pouce de la part de l'examineur est suffisant pour démarrer ou repartir dans la bonne direction. Savoir exploiter efficacement une indication et rebondir est une qualité appréciée et un certain nombre de

candidats ont une note tout à fait correcte malgré un début laborieux.

Ainsi la combativité est une qualité fondamentale. Ne jamais renoncer : il n'y a pas d'exercice infaisable même si son apparence n'est pas traditionnelle. On peut toujours prouver que l'on a travaillé, que l'on sait des choses et que l'on sait les utiliser.

Ne jamais oublier que l'examineur n'est pas un ennemi qui vous veut du mal ou bien encore un juge qui sanctionne, mais quelqu'un qui cherche à évaluer au mieux un travail et des qualités de raisonnement.

### EN GUISE DE CONCLUSION

Un travail régulier, une connaissance solide du cours et un entraînement régulier à l'oral (colles) sont les clés d'une réussite loin devant un quelconque talent mathématique. Nous avons constaté une nette amélioration des résultats à l'oral cette année : nous espérons que les futurs candidats tireront profit de ces quelques conseils. Ainsi cette amélioration sera confirmée et le crû 2004 sera un bon millésime mathématique, c'est ce que nous souhaitons tous.

MOYENNE	<b>12,12</b>
ECART TYPE	<b>3,76</b>
NOTE MAX	<b>20</b>
NOTE MIN	<b>1</b>

